

04 Rekenen met reële getallen

CORRECTIESLEUTEL

Inhoud

- bewerkingen in $\mathbb{R}$
- regels voor het rekenen met machten
- rekenen met getallen in wetenschappelijke schrijfwijze
- rekenregels voor vierkantswortels
- 5 Rekenen met vierkantswortels
- 6 Schatten, rekenen en afronden
- Signaal oefeningen**
- Differentiatietraject**
- Studiewijzer**



WAT JE AL KUNT

- rekenregels voor het rekenen met machten in $\mathbb{Q}$ toepassen
- een rationaal getal omzetten in wetenschappelijke notatie
- de vierkantswortel van een positief reëel getal en de derdemachtswortel van een reëel getal definiëren
- rekenen met een- en veeltermen



WAT JE LEERT IN DEZE MODULE

- rekenregels voor het rekenen met machten in $\mathbb{R}$ toepassen
- rekenregels van vierkantswortels uitdrukken in woorden en symbolen
- rekenregels voor het rekenen met vierkantswortels toepassen bij het uitvoeren van bewerkingen
- vierkantswortels vereenvoudigen
- rekenen met reële getallen
- schatten van een uitkomst
- rekenen met getallen in wetenschappelijke schrijfwijze
- getallen afronden op een gewenste nauwkeurigheid



IN DE KIJKER

Je hebt zin voor volledigheid bij het formuleren van rekenregels in symbolen en in woorden.



WISKUNDETAAL

- exponent
- grondtal
- rekenregel
- vierkantswortel vereenvoudigen
- wetenschappelijke schrijfwijze



Opdracht 1

Duid de uitdrukkingen die bij elkaar horen aan in eenzelfde kleur.

3^{-2}	$3 \cdot 3^2$	$\left(\frac{81}{27}\right)^{-3}$	9
$(9 \cdot 3)^2$	$\left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot 3^5$	1	3^9
$\left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left(\frac{1}{3}\right)^5$	$\left(\frac{1}{3}\right)^0$	$\frac{1}{9}$	3^6
3	27	$(3^3)^3$	$\frac{1}{27}$

Opdracht 2

Schrijf de getallen als een product van twee factoren waarvan minstens 1 van de factoren een volkomen kwadraat is.

$12 = 3 \cdot 2^2$

$500 = 5 \cdot 10^2$

$63 = 7 \cdot 3^2$

$275 = 11 \cdot 5^2$

$48 = 3 \cdot 4^2$

$80 = 5 \cdot 4^2$

$72 = 2 \cdot 6^2$

$128 = 2 \cdot 8^2$

$98 = 2 \cdot 7^2$

$243 = 3 \cdot 9^2$



TIP Als het kwadraat van een getal een natuurlijk getal is, dan noemen we dit kwadraat een **volkomen kwadraat**.

Opdracht 3

Duid de gelijksoortige eentermen aan in eenzelfde kleur.

$4x$	$\sqrt{2}y$	$3x$	x^2	$-9y$	y^2	$4y$	$-\sqrt{2}x$	$4x^2$	$\frac{3}{4}y$
------	-------------	------	-------	-------	-------	------	--------------	--------	----------------

Opdracht 4

Bereken de getalwaarde ...

a) van $9x$ voor $x = \frac{1}{3}$ $9 \cdot \frac{1}{3} = 3$

c) van $\frac{1}{2}x^5$ voor $x = -2$ $\frac{1}{2} \cdot (-2)^5 = -16$

b) van $4x$ voor $x = \sqrt{7}$ $4\sqrt{7}$

d) van $\frac{-1}{8}x^2$ voor $x = \sqrt{2}$ $\frac{-1}{8}(\sqrt{2})^2 = -\frac{1}{4}$

1 De hoofdbewerkingen in $\mathbb{R}$

In de eerste graad formuleerde je eigenschappen voor onder andere het optellen en vermenigvuldigen van rationale getallen. Maar zijn die ook geldig als de getallen waarmee je rekt irrationale getallen zijn?

1.1 Eigenschappen van de hoofdbewerkingen

Bij het rekenen met reële getallen kunnen de termen zowel rationale als irrationale getallen zijn. Je kunt ICT gebruiken om het resultaat te bepalen.

A) Het optellen en aftrekken

	HET OPTELLEN VAN REËLE GETALLEN	HET AFTREKKEN VAN REËLE GETALLEN
MET ICT	$\sqrt{3}+2$ 3.732 050 807 57	$4-5\pi$ -11.707 963 267 9
WISKUNDETAAL	$\sqrt{3} + 2 = 3,732050\dots$ ↓ term ↓ term ↓ som	$4 - 5\pi = -11,707963\dots$ ↓ aftrektal ↓ aftrekker ↓ verschil
AFGEROND RESULTAAT OP 0,01 NAUWKEURIG	$\sqrt{3} + 2 \approx 3,73$	$4 - 5\pi \approx -11,71$



— Merk op —

We ronden enkel het eindresultaat af.

Om af te ronden bekijk je de nauwkeurigheidfactor. Zo kom je te weten hoeveel cijfers je moet laten staan.

Bekijk het eerstvolgende cijfer dat zal wegvallen.

Is het cijfer kleiner dan 5, dan behoud je het vorige cijfer.

Is het cijfer groter of gelijk aan 5, tel dan bij het vorige cijfer 1 bij.

eigenschap

IN WOORDEN

Het optellen van reële getallen is **commutatief**.

IN SYMBOLEN

$\forall a, b \in \mathbb{R} : a + b = b + a$

Voorbeeld: $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \quad 3.146 \ 264 \ 369 \ 94$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{2} \quad 3.146 \ 264 \ 369 \ 94$$

eigenschap

IN WOORDEN

Het optellen van reële getallen is **associatief**.

IN SYMBOLEN

$\forall a, b, c \in \mathbb{R} : (a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$

Voorbeeld: $(\pi + 3) + 7 = \pi + (3 + 7) = \pi + 3 + 7$

$$(\pi + 3) + 7 \quad 13.141 \ 592 \ 653 \ 6$$

$$\pi + (3 + 7) \quad 13.141 \ 592 \ 653 \ 6$$

$$\pi + 3 + 7 \quad 13.141 \ 592 \ 653 \ 6$$



— Merk op —

- Nul is het neutraal element voor de optelling in $\mathbb{R}$.

Voorbeeld: $\sqrt{5} + 0 = \sqrt{5} = 0 + \sqrt{5}$

Of algemeen: $\forall a \in \mathbb{R} : a + 0 = a = 0 + a$

- Er is een verband tussen het optellen en aftrekken: $a - b = c \Leftrightarrow a = c + b$

B) Het vermenigvuldigen en delen

	HET VERMENIGVULDIGEN VAN REËLE GETALLEN	HET DELEN VAN REËLE GETALLEN
MET ICT	$\sqrt{3} \times \sqrt{5}$ 3.872 983 346 21	$\sqrt[3]{9} \div 2$ 1.040 041 911 53
WISKUNDETAAL	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = 3,872983\dots$ factor factor product	$\sqrt[3]{9} : 2 = 1,040041\dots$ deeler deeltal quotient
AFGEROND RESULTAAT OP 0,01 NAUWKEURIG	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \approx 3,87$	$\sqrt[3]{9} : 2 \approx 1,04$

eigenschap

IN WOORDEN

Het vermenigvuldigen van reële getallen is **commutatief**.

IN SYMBOLEN

$$\forall a, b \in \mathbb{R} : a \cdot b = b \cdot a$$

Voorbeeld: $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{7} \cdot \sqrt[3]{5}$

$$\sqrt[3]{5} \times \sqrt{7}$$

4.524 171 102 81

$$\sqrt{7} \times \sqrt[3]{5}$$

4.524 171 102 81

eigenschap

IN WOORDEN

Het vermenigvuldigen van reële getallen is **associatief**.

IN SYMBOLEN

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} : (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c$$

Voorbeeld: $\left(\frac{\pi}{2} \cdot 4\right) \cdot 5 = \frac{\pi}{2} \cdot (4 \cdot 5) = \frac{\pi}{2} \cdot 4 \cdot 5$

$$\left(\frac{\pi}{2} \times 4\right) \times 5$$

31.415 926 535 9

$$\frac{\pi}{2} \times (4 \times 5)$$

31.415 926 535 9

$$\frac{\pi}{2} \times 4 \times 5$$

31.415 926 535 9



— Merk op —

- 0 is het opslorpend element voor de vermenigvuldiging in $\mathbb{R}$.

Voorbeeld: $\sqrt{10} \cdot 0 = 0 = 0 \cdot \sqrt{10}$

Of algemeen: $\forall a \in \mathbb{R} : a \cdot 0 = 0 = 0 \cdot a$

- 1 is het neutraal element voor de vermenigvuldiging in $\mathbb{R}$.

Voorbeeld: $-\pi \cdot 1 = -\pi = 1 \cdot (-\pi)$

Of algemeen: $\forall a \in \mathbb{R} : a \cdot 1 = a = 1 \cdot a$

C) De distributiviteit

eigenschap

IN WOORDEN

Het vermenigvuldigen van reële getallen is **distributief** ten opzichte van het optellen.

IN SYMBOLEN

$$\forall a, b, c \in \mathbb{R} : a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Voorbeeld: $2 \cdot (3 + \sqrt{5}) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot \sqrt{5}$
 $= 6 + 2\sqrt{5}$

$$2 \times (3 + \sqrt{5})$$

10.472 135 955

$$6 + 2\sqrt{5}$$

10.472 135 955



— Merk op —

Het vermenigvuldigen is ook distributief ten opzichte van het aftrekken.

Voorbeeld: $4 \cdot (2\pi - 1) = 4 \cdot 2\pi - 4 \cdot 1$

$$= 8\pi - 4$$

1.2 Gelijksoortige wortelvormen

Gelijksoortige wortelvormen zijn wortelvormen met hetzelfde grondtal.

Voorbeelden: $\sqrt{3}$, $-5\sqrt{3}$ en $2\sqrt{3}$ zijn gelijksoortige wortelvormen.
 $2\sqrt{7}$ en $-\sqrt{14}$ zijn geen gelijksoortige wortelvormen.

Gelijksoortige wortelvormen kunnen we (zonder ICT) optellen of aftrekken door de distributieve eigenschap toe te passen.

Voorbeelden: $4\sqrt{6} + 5\sqrt{6} = (4 + 5) \cdot \sqrt{6}$
 $= 9\sqrt{6}$

$$3\sqrt{10} - \sqrt{10} = (3 - 1) \cdot \sqrt{10}$$

$$= 2\sqrt{10}$$

$$\sqrt{3} - \sqrt{5} + 2,5\sqrt{5} + \sqrt{3} = (1 + 1) \cdot \sqrt{3} + (-1 + 2,5) \cdot \sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{3} + 1,5\sqrt{5}$$



— Merk op —

Het reëel getal π is geen wortelvorm, maar we passen hier dezelfde redenering toe om veelvouden van π met elkaar op te tellen (of af te trekken).

Voorbeeld: $3\pi + 9\pi - 4\pi = (3 + 9 - 4) \cdot \pi$
 $= 8\pi$

1.3 Bewerkingen uitvoeren met ICT en CAS

Als je rekent met reële getallen gebruik je regelmatig ICT. Indien er een CAS-functie beschikbaar is, kun je die gebruiken.

Voorbeelden

$$\sqrt[3]{8} + \sqrt{8} = 2 + 2\sqrt{2} \quad \leftarrow \text{exact resultaat via ICT met CAS}$$

$$= 4,828427... \quad \leftarrow \text{resultaat als decimale vorm via ICT}$$

$$\approx 4,83 \quad \leftarrow \text{afgerond resultaat op 0,01 nauwkeurig}$$

$$\sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$$

$$= 3,316624...$$

$$\approx 3,32$$

$$\frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 288\pi$$

$$= 904,778684...$$

$$\approx 904,78$$

$$\sqrt{10} - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} = -\sqrt{10} - \sqrt{5}$$

$$= -5,398345...$$

$$\approx -5,40$$

$$\sqrt[3]{8} + \sqrt{8} \quad ? \quad 2 + 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{8} + \sqrt{8} \quad 4.828\ 427\ 124\ 75$$

$$\sqrt{6^2 - 5^2} \quad ? \quad \sqrt{11}$$

$$\sqrt{6^2 - 5^2} \quad 3.316\ 624\ 790\ 36$$

$$\frac{4}{3}\pi \times 6^3 \quad ? \quad 288\pi$$

$$\frac{4}{3}\pi \times 6^3 \quad 904.778\ 684\ 234$$

$$\sqrt{10} - 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} - \sqrt{5} \quad ? \quad -\sqrt{10} - \sqrt{5}$$

$$\sqrt{10} - 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} - \sqrt{5} \quad -5.398\ 345\ 637\ 67$$



Verwerkingsopdrachten



1,2

1

Welke eigenschap herken je aan de hand van de getallenvoorbeelden?
Formuleer de eigenschap in woorden.

a) $4\pi + 2 = 2 + 4\pi$

Het optellen van reële getallen is commutatief.

b) $1 \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5} \cdot 1$

1 is het neutraal element voor de vermenigvuldiging in $\mathbb{R}$.

c) $2 \cdot (\sqrt{10} + \sqrt{3}) = 2\sqrt{10} + 2\sqrt{3}$

Het vermenigvuldigen van reële getallen is distributief ten opzichte van het optellen.

d) $4 \cdot 25 \cdot \pi = (4 \cdot 25) \cdot \pi = 4 \cdot (25 \cdot \pi)$

Het vermenigvuldigen van reële getallen is associatief.

e) $\sqrt{5} + 0 = \sqrt{5} = 0 + \sqrt{5}$

Nul is het neutraal element voor de optelling in $\mathbb{R}$.

f) $\sqrt{6} \cdot (-9) = -9 \cdot \sqrt{6}$

Het vermenigvuldigen van reële getallen is commutatief.

2

Reken uit. Controleer je antwoord met ICT.

a) $9\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

e) $12\pi - 2 \cdot (6\pi) = 12\pi - 12\pi$

b) $2\pi + \pi = 3\pi$

f) $\sqrt{3} - 2\sqrt{6} - \sqrt{3} + 3\sqrt{6} = \sqrt{6}$

c) $-3 \cdot (\sqrt{5} + 1) = -3\sqrt{5} - 3$

g) $0,25 \cdot (12 + 8\pi) = 3 + 2\pi$

d) $5\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 6\sqrt{3} + \sqrt{2}$

h) $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{7} \cdot 6 = 2\sqrt{7}$

3

Reken uit met behulp van ICT.

	CAS		decimale vorm		afgerond op 0,01 nauwkeurig
	↓		↓		↓
a) $5\sqrt{6} - \sqrt{24}$	= $3\sqrt{6}$	=	$7,348469\dots$	≈	$7,35$
b) $2(\sqrt{5} + 1)$	= $2\sqrt{5} + 2$	=	$6,4721359\dots$	≈	$6,47$
c) $\sqrt[3]{3^2 + 1}$	= $\sqrt[3]{10}$	=	$2,154434\dots$	≈	$2,15$
d) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$	= $\sqrt{5}$	=	$2,236067\dots$	≈	$2,24$
e) $\sqrt{14} \cdot \sqrt{8}$	= $4\sqrt{7}$	=	$10,583005\dots$	≈	$10,58$
f) $\frac{4\pi}{3} \cdot 3^3$	= 36π	=	$113,097335\dots$	≈	$113,10$

4

a) Noteer de lengte van de gegeven lijnstukken.

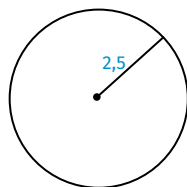


$$|AB| = 4\sqrt{2}$$



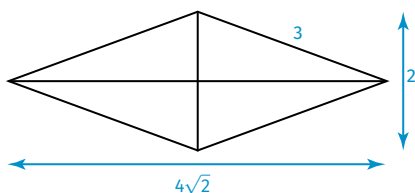
$$|CD| = 3\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

b) Bepaal de omtrek van de gegeven vlakke figuur.



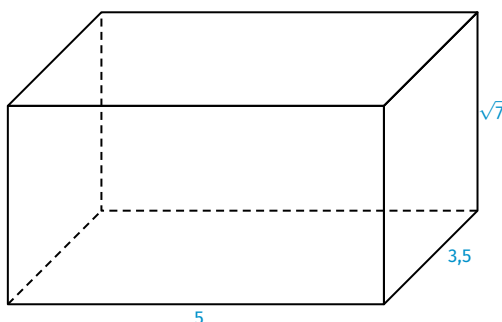
$$\begin{aligned} p &= 2\pi r \\ &= 2\pi \cdot \frac{5}{2} \\ &= 5\pi \\ &\approx 15,71 \end{aligned}$$

c) Bepaal de oppervlakte van de gegeven vlakke figuur.



$$\begin{aligned} A &= \frac{D \cdot d}{2} \\ &= \frac{4\sqrt{2} \cdot 2}{2} \\ &= 4\sqrt{2} \\ &\approx 5,66 \end{aligned}$$

d) Bepaal het volume van de gegeven ruimtefiguur.



$$\begin{aligned} V &= l \cdot b \cdot h \\ &= 5 \cdot 3,5 \cdot \sqrt{7} \\ &= \frac{35\sqrt{7}}{2} \\ &\approx 46,30 \end{aligned}$$

2 Rekenregels voor het rekenen met machten

2.1 Machten met een gehele exponent

Bij de macht 4^3 is 4 het grondtal en 3 de exponent.

$$\overset{\text{exponent}}{\underset{\text{grondtal}}{4^3}} = 64$$

definitie $\left\{ \begin{array}{l} a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factoren met } n > 1} \\ a^1 = a \\ a^0 = 1 \end{array} \right. \quad \text{met } (a \neq 0)$

We schrijven de machten bij voorkeur met een positieve exponent.

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \quad (a \neq 0) \quad \text{en} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m = \frac{b^m}{a^m} \quad (a \neq 0, b \neq 0)$$

Voorbeelden

$$a^{-5} = \frac{1}{a^5} \quad (a \neq 0) \quad \left(\frac{5}{6}\right)^{-2} = \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25}$$

Het grondtal van de macht kan ook een reëel getal zijn.

We passen eerst de rekenregel toe om de macht met een positieve exponent te schrijven.

Daarna kun je uit het hoofd, met een wetenschappelijke rekenmachine of met CAS het eindantwoord bepalen.

Voorbeelden

$$\begin{aligned} \pi^{-1} &= \frac{1}{\pi^1} \\ &= \frac{1}{\pi} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right)^{-2} &= \left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right)^2 \\ &= \frac{25}{3} \end{aligned}$$



— Merk op —

In punt 4 van deze module zul je leren over de rekenregels van vierkantswortels. Deze zijn handig om bij eenvoudige oefeningen zonder ICT jouw eindantwoord te bepalen.

2.2 Rekenregels van machten

A) Het product van machten met eenzelfde grondtal

rekenregel

IN WOORDEN:

Om machten met eenzelfde grondtal te vermenigvuldigen, behoud je het grondtal en tel je de exponenten bij elkaar op.

IN SYMBOLEN:

$$a^m \cdot a^p = a^{m+p} \quad (a \neq 0)$$

Voorbeelden

$$a^3 \cdot a^5 = a^8 \qquad \left(\frac{2}{7}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{2}{7}\right)^1 \\ = \frac{2}{7}$$

$$(\sqrt{3})^4 \cdot (\sqrt{3})^2 = (\sqrt{3})^6 \\ = 27$$

B) Het quotiënt van machten met eenzelfde grondtal

rekenregel

IN WOORDEN:

Om machten met eenzelfde grondtal te delen, behoud je het grondtal en trek je de exponenten van elkaar af.

IN SYMBOLEN:

$$a^m : a^p = a^{m-p} \quad (a \neq 0)$$

Voorbeelden

$$a^8 : a^2 = a^6 \qquad \left(\frac{3}{4}\right)^2 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \\ = \frac{4}{3}$$

C) Macht van een macht

rekenregel

IN WOORDEN:

Om een macht van een macht te bepalen, behoud je het grondtal en vermenigvuldig je de exponenten met elkaar.

IN SYMBOLEN:

$$(a^m)^p = a^{m \cdot p} \quad (a \neq 0)$$

Voorbeelden

$$(a^2)^4 = a^8 \qquad ((-5)^{-1})^{-3} = (-5)^3 \\ = -125$$

D) Macht van een product

rekenregel

IN WOORDEN:

Om een product tot een macht te verheffen, verhef je elke factor van dat product tot die macht.

IN SYMBOLEN:

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m \quad (a \neq 0, b \neq 0)$$

Voorbeelden

$$\begin{aligned} (-2 \cdot 9)^2 &= (-2)^2 \cdot 9^2 & (-5xy)^2 &= (-5)^2 x^2 y^2 \\ &= 4 \cdot 81 & &= 25x^2 y^2 \end{aligned}$$

E) Macht van een quotiënt

rekenregel

IN WOORDEN:

Om een quotiënt tot een macht te verheffen, verhef je het deeltal en de deler tot die macht.

IN SYMBOLEN:

$$(a : b)^m = a^m : b^m \quad (a \neq 0, b \neq 0)$$

OF

rekenregel

IN WOORDEN:

Om een breuk tot een macht te verheffen, verhef je de teller en de noemer tot die macht.

IN SYMBOLEN:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad (a \neq 0, b \neq 0)$$

Voorbeelden

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{10}\right)^3 &= \frac{3^3}{10^3} & \left(\frac{a}{5}\right)^2 &= \frac{a^2}{5^2} \\ &= \frac{27}{1000} & &= \frac{a^2}{25} \end{aligned}$$



Verwerkingsopdrachten



5

Werk uit door gebruik te maken van de rekenregels van machten. De gebruikte letters verschillen van nul.

$$\begin{aligned} \text{a) } (\sqrt{7})^{-3} \cdot (\sqrt{7})^4 &= (\sqrt{7})^{-3+4} \\ &= (\sqrt{7})^1 \\ &= \sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\text{d) } \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^{-1} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (\pi x^3)^2 &= \pi^2 x^{3 \cdot 2} \\ &= \pi^2 x^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } ((-\sqrt{10})^{-1})^{-2} &= (-\sqrt{10})^2 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 &= \frac{(\sqrt{5})^2}{3^2} \\ &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{(\sqrt{5})^2}{(\sqrt{5})^4} &= (\sqrt{5})^{2-4} \\ &= (\sqrt{5})^{-2} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

6

Kleur de rekenregel die werd toegepast in woorden en in symbolen met de bewerking in eenzelfde kleur.

$((\sqrt{7})^3)^2 = (\sqrt{7})^6$	Om een breuk tot een macht te verheffen, verhef je de teller en de noemer tot die macht.	$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m (a \neq 0, b \neq 0)$
$\left(\frac{\pi}{3}\right)^3 = \frac{\pi^3}{27}$	Om een product tot een macht te verheffen, verhef je elke factor van dat product tot die macht.	$(a^m)^p = a^{m \cdot p} (a \neq 0)$
$\frac{(\sqrt{3})^8}{(\sqrt{3})^4} = (\sqrt{3})^4$	Om een macht van een macht te bepalen, behoud je het grondtal en vermenigvuldig je de exponenten met elkaar.	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} (a \neq 0, b \neq 0)$
$(2\pi)^4 = 16\pi^4$	Om machten met eenzelfde grondtal te delen, behoud je het grondtal en trek je de exponenten van elkaar af.	$\frac{a^m}{a^p} = a^{m-p} (a \neq 0)$

3 Rekenen met getallen in wetenschappelijke schrijfwijze

3.1 Getallen in wetenschappelijke notatie

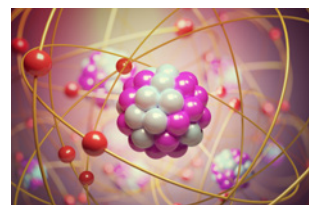
In de wetenschap wordt er vaak gebruik gemaakt van hele grote getallen of hele kleine getallen.

De grootteorde van een getal kan met machten snel zichtbaar gemaakt worden. $10^9 < 10^{10}$ $10^{-20} < 10^{20}$ $10^{10} > 10^{-10}$

We kunnen getallen anders schrijven door gebruik te maken van machten van 10.

definitie De wetenschappelijke schrijfwijze van een getal verschillend van 0 is dat getal geschreven als een product van twee factoren.

- een decimaal getal met 1 cijfer, verschillend van 0, voor de komma
- een macht van 10



Voorbeelden:

- Het getal van Avogadro: 602 214 085 700 000 000 000 000 mol⁻¹ wordt afgerond **$6,022140857 \cdot 10^{23}$** mol⁻¹
- Atomaire massa-eenheid: 0,000 000 000 000 000 000 000 001 660 538 921 kg wordt afgerond **$1,661 \cdot 10^{-27}$** kg

3.2 Rekenen met getallen in wetenschappelijke notatie

Bereken $3400 \cdot 6780\,000$ met je rekentoestel. Je merkt dat het resultaat te groot is voor het rekentoestel waardoor het resultaat in wetenschappelijke schrijfwijze wordt genoteerd. $3400 \cdot 6780\,000 = 2,3052 \cdot 10^{10}$

We kunnen ook rekenen met getallen in wetenschappelijke schrijfwijze. Hiervoor pas je de rekenregels van machten toe. Je kan hier ook gebruik maken van ICT.



Verwerkingsopdrachten



7

Schrijf de getallen in wetenschappelijke schrijfwijze.

a) 170 000 000 = **$1,7 \cdot 10^8$**

e) 0,499 = **$4,99 \cdot 10^{-1}$**

b) 0,000 000 82 = **$8,2 \cdot 10^{-7}$**

f) 1084500 000 = **$1,0845 \cdot 10^9$**

c) 400 000 = **$4 \cdot 10^5$**

g) 0,000 000 000 000 0332 = **$3,32 \cdot 10^{-14}$**

d) 0,000214 = **$2,14 \cdot 10^{-4}$**

h) 430 000 000 000 000 = **$4,3 \cdot 10^{14}$**

8

Bereken met je rekenmachine. Noteer het antwoord in wetenschappelijke schrijfwijze.

a) $3,8 \cdot 10^7 \cdot 4 \cdot 10^5$ = **$1,52 \cdot 10^{13}$**

d) $(3,3 \cdot 10^{-4})^2$ = **$1,089 \cdot 10^{-7}$**

b) $2 \cdot 10^6 - 1,9 \cdot 10^5$ = **$1,81 \cdot 10^6$**

e) $\frac{4,2 \cdot 10^{-12}}{6 \cdot 10^{-4}}$ = **$7 \cdot 10^{-9}$**

c) $0,000\,003\,1 \cdot 421,5$ = **$1,30665 \cdot 10^{-3}$**

f) $3,2 \cdot 10^8 + 1,8 \cdot 10^9$ = **$2,12 \cdot 10^9$**

9

De diameter van een rode bloedcel is 7,5 μm . Hoeveel rode bloedcellen passen er naast elkaar in 1 mm?

$7,5 \mu\text{m} = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$ $1 \text{ mm} : 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \approx 133,33$

Antwoord: Er passen 133 rode bloedcellen naast elkaar in 1 mm.



TIP een micrometer
 $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$

4 Rekenregels voor vierkantswortels

De rekenregels voor machten zijn ook geldig als de grondtallen reële getallen zijn. Maar zijn er ook rekenregels voor vierkantswortels?

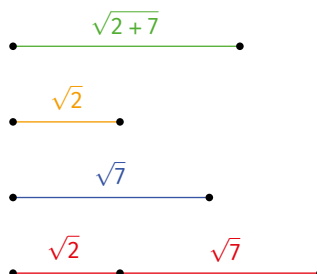
4.1 De vierkantswortel van een som van twee strikt positieve getallen

$$\sqrt{2+7} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{2} = 1,41421\dots$$

$$\sqrt{7} = 2,64575\dots$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{7} = 4,05996\dots$$



Vaststelling: $\sqrt{2+7} \neq \sqrt{2} + \sqrt{7}$

Er kan **geen rekenregel** geformuleerd worden.



— Merk op —

- Wanneer je de vierkantswortel van een som van twee strikt positieve getallen moet uitrekenen, kun je je rekenmachine gebruiken om het resultaat af te ronden, of kan je de exacte wortelvorm laten staan.

$$\sqrt{2+4} = \sqrt{6} \quad \text{of} \quad \sqrt{2+4} = 2,44948974\dots \quad \text{of} \quad \sqrt{2+4} \approx 2,44949$$

- Als je twee vierkantswortels moet optellen, maak je gebruik van je rekenmachine en rond je het eindresultaat af op de gevraagde nauwkeurigheid.

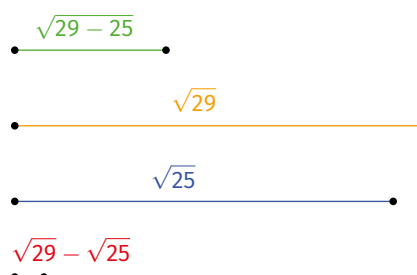
4.2 De vierkantswortel van een strikt positief verschil van twee strikt positieve getallen

$$\sqrt{29-25} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{29} = 5,38516\dots$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{29} - \sqrt{25} = 0,38516\dots$$



Vaststelling: $\sqrt{29-25} \neq \sqrt{29} - \sqrt{25}$

Er kan **geen rekenregel** geformuleerd worden.



— Merk op —

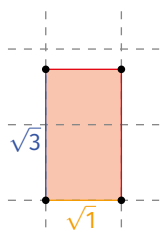
- Wanneer je de vierkantswortel van een strikt positief verschil van twee strikt positieve getallen moet uitrekenen, kun je je rekenmachine gebruiken om het resultaat af te ronden, of kan je de exacte wortelvorm laten staan.

$$\sqrt{5-3} = \sqrt{2} \quad \text{of} \quad \sqrt{5-3} = 1,41421356\dots \quad \text{of} \quad \sqrt{5-3} \approx 1,41421$$

- Als je twee vierkantswortels moet aftrekken, maak je gebruik van je rekenmachine en rond je het eindresultaat af op de gevraagde nauwkeurigheid.

4.3 De vierkantswortel van een product van twee positieve getallen

We bepalen telkens de oppervlakte van de volgende rechthoeken. De formule voor de oppervlakte van een rechthoek is: $A = l \cdot b$.



$$\sqrt{1} = 1$$

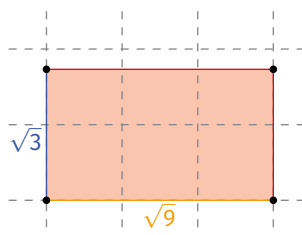
$$\sqrt{3} = 1,73205\dots$$

$$\sqrt{1} \cdot \sqrt{3} = 1,73205\dots$$

$$\sqrt{1 \cdot 3} = \sqrt{3} = 1,73205\dots$$

Vaststelling:

$$\sqrt{1 \cdot 3} = \sqrt{1} \cdot \sqrt{3}$$



$$\sqrt{9} = 3$$

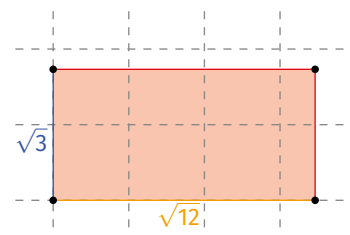
$$\sqrt{3} = 1,73205\dots$$

$$\sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 5,19615\dots$$

$$\sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{27} = 5,19615\dots$$

Vaststelling:

$$\sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3}$$



$$\sqrt{12} = 3,46410\dots$$

$$\sqrt{3} = 1,73205\dots$$

$$\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = 6$$

$$\sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{36} = 6$$

Vaststelling:

$$\sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$$

rekenregel

IN WOORDEN:

De positieve vierkantswortel van een product van twee positieve reële getallen is gelijk aan het product van de positieve vierkantswortels van die getallen.

IN SYMBOLEN:

$$\forall a, b \in \mathbb{R}^+: \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$



— Merk op —

- Het kwadraat van $\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}$ is gelijk aan 10, dus is $\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}$ gelijk aan $\sqrt{10}$. Deze eigenschap kan je bewijzen in het differentiatietraject.
- Je kan deze rekenregel in beide richtingen gebruiken.

4.4 De vierkantswortel van een quotiënt van twee positieve getallen waarvan de deler niet nul is

$$\sqrt{8} = 2,828427\dots$$

$$\sqrt{2} = 1,41421\dots$$

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$$

$$\sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

Vaststelling:

$$\sqrt{\frac{8}{2}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{15} = 3,872983\dots$$

$$\sqrt{3} = 1,73205\dots$$

$$\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = 2,2360679\dots$$

$$\sqrt{\frac{15}{3}} = \sqrt{5} = 2,2360679\dots$$

Vaststelling:

$$\sqrt{\frac{15}{3}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{7} = 2,6457513\dots$$

$$\sqrt{5} = 2,2360679\dots$$

$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}} = 1,1832159\dots$$

$$\sqrt{\frac{7}{5}} = 1,1832159\dots$$

Vaststelling:

$$\sqrt{\frac{7}{5}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$$

rekenregel

IN WOORDEN:

De positieve vierkantswortel van een quotiënt van twee positieve getallen waarvan de deler niet nul is, is gelijk aan het quotiënt van de positieve vierkantswortels van die getallen.

IN SYMBOLEN:

$$\forall a \in \mathbb{R}^+, \forall b \in \mathbb{R}_0^+: \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$



— Merk op —

- Deze eigenschap kan je bewijzen in het differentiatietraject.
- Je kan deze rekenregel in beide richtingen gebruiken.

4.5 De vierkantswortel van een n -de macht van een strikt positief reëel getal

$$\sqrt{3} = 1,73205 \dots$$

$$(\sqrt{3})^2 = 3$$

$$\sqrt{3^2} = \sqrt{9} = 3$$

Vaststelling:

$$\sqrt{3^2} = (\sqrt{3})^2$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$(\sqrt{4})^3 = 8$$

$$\sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8$$

Vaststelling:

$$\sqrt{4^3} = (\sqrt{4})^3$$

$$\sqrt{5} = 2,2360679 \dots$$

$$(\sqrt{5})^3 = 11,180339 \dots$$

$$\sqrt{5^3} = \sqrt{125} = 11,180339 \dots$$

Vaststelling:

$$\sqrt{5^3} = (\sqrt{5})^3$$

rekenregel

IN WOORDEN:

De positieve vierkantswortel van een n -de macht van een strikt positief getal is gelijk aan de n -de macht van de positieve vierkantswortel van dat getal.

IN SYMBOLEN:

$$\forall a \in \mathbb{R}_0^+, \forall n \in \mathbb{Z}: \sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$$



— Merk op —

- Bij een even exponent: $\sqrt{2^6} = (\sqrt{2^2})^3 = 2^3$
Of algemeen: $\sqrt{a^{2n}} = a^n$ met $a > 0$
- Bij een oneven exponent: $\sqrt{2^3} = \sqrt{2^2 \cdot 2^1} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
Of algemeen: $\sqrt{a^{2n+1}} = a^n \cdot \sqrt{a}$ met $a > 0$
- Je kan deze rekenregel in beide richtingen gebruiken.



Verwerkingsopdrachten



10

Vul aan met = of $\neq$.

a) $\sqrt{5 \cdot 7}$ $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}$

c) $\sqrt{17^5}$ $(\sqrt{17})^5$

e) $\sqrt{10^2}$ 100

b) $\sqrt{12 - 4}$ $\sqrt{8}$

d) $\sqrt{11 + 3}$ $\sqrt{11} + \sqrt{3}$

f) $\sqrt{\frac{24}{3}}$ $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}}$

11

Werk uit zonder rekenmachine.

a) $\sqrt{4 \cdot 36} = \sqrt{4} \sqrt{36} = 2 \cdot 6 = 12$

f) $\sqrt{\frac{100}{121}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{121}} = \frac{10}{11}$

b) $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$

g) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{40} = \sqrt{10 \cdot 40} = \sqrt{400} = 20$

c) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6$

h) $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{98}{2}} = \sqrt{49} = 7$

d) $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{28}{7}} = \sqrt{4} = 2$

i) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{32 \cdot 2} = \sqrt{64} = 8$

e) $\sqrt{9 \cdot 81} = \sqrt{9} \sqrt{81} = 3 \cdot 9 = 27$

j) $\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{15}} = \sqrt{\frac{30}{15}} = \sqrt{2}$

12

Werk uit zonder rekenmachine.

a) $\sqrt{36^2} = 36$

d) $\sqrt{4^{10}} = (\sqrt{4})^{10} = 2^{10} = 1024$

b) $(\sqrt{3})^2 = 3$

e) $\sqrt{9^4} = (\sqrt{9})^4 = 3^4 = 81$

c) $\sqrt{16^3} = \sqrt{16^2 \cdot 16} = 16\sqrt{16} = 16 \cdot 4 = 64$

f) $\sqrt{6^3} = \sqrt{6^2 \cdot 6} = 6\sqrt{6}$

13

Vereenvoudig. De gebruikte letters zijn strikt positief.

a) $\sqrt{a^7} = \sqrt{a^6 a} = a^3 \sqrt{a}$

d) $\sqrt{b} \cdot \sqrt{b^4} \cdot \sqrt{b^3} = \sqrt{b \cdot b^4 \cdot b^3} = \sqrt{b^8} = b^4$

b) $\sqrt{a^8 \cdot b^9} = \sqrt{a^8} \sqrt{b^9} = a^4 \sqrt{b^8 b} = a^4 b^4 \sqrt{b}$

e) $\sqrt{121a^3b^7c^2} = 11\sqrt{a^2ab^6bc^2} = 11ab^3c\sqrt{ab}$

c) $\sqrt{9a^3} = 3\sqrt{a^2a} = 3a\sqrt{a}$

f) $\sqrt{16a^5} = 4\sqrt{a^4a} = 4a^2\sqrt{a}$

14

Vul aan zodat de opgave klopt. De gebruikte letters zijn strikt positief.

a) $\sqrt{a^4b} = a^2\sqrt{b}$

c) $\sqrt{4a^2} = 2a$

e) $\sqrt{c^6d^8} = c^3d^4$

b) $\sqrt{b^3} = b\sqrt{b}$

d) $\sqrt{9b} = 3\sqrt{b}$

f) $\sqrt{25b^4c} = 5b^2\sqrt{c}$

5 Rekenen met vierkantswortels

5.1 Vierkantswortels vereenvoudigen

Je kunt het grondtal van een vierkantswortel schrijven als een product van factoren. De factoren die een volkomen kwadraat zijn kun je buiten het wortelteken brengen.

$$\begin{aligned}\sqrt{18} &= \sqrt{9 \cdot 2} \\ &= \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$



TIP Het is zinvol als je de eerste volkomen kwadraten uit het hoofd kent.

$$\begin{aligned}\sqrt{40} &= \sqrt{4 \cdot 10} \\ &= 2\sqrt{10}\end{aligned}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

Herken je geen volkomen kwadraten, dan kun je het grondtal ontbinden in priemfactoren. Vooral bij grotere grondtallen is dit handig.

$$\begin{aligned}\sqrt{288} &= \sqrt{2^5 \cdot 3^2} \\ &= \sqrt{2^4 \cdot 2 \cdot 3^2} \\ &= 2^2 \cdot 3\sqrt{2} \\ &= 12\sqrt{2}\end{aligned}$$

288 ontbinden in priemfactoren:

288	2	
144	2	
72	2	
36	2	
18	2	
9	3	
3	3	
1		

$$288 = 2^5 \cdot 3^2$$


— Merk op —

Je kan $\sqrt{288}$ vereenvoudigen door 288 te schrijven als een product van factoren waarvan er minstens één factor een volkomen kwadraat is.

$$\begin{aligned}\sqrt{288} &= \sqrt{144 \cdot 2} \\ &= 12\sqrt{2}\end{aligned}$$



5.2 Noemer wortelvrij maken

Na het uitvoeren van berekeningen verkrijg je soms getallen zoals $\frac{3}{\sqrt{3}}$ of $\frac{2}{\sqrt{8}}$ of $\frac{8}{3 - \sqrt{5}}$

Om het resultaat beter te kunnen schatten en om (verder) rekenwerk te vereenvoudigen, werken we bij voorkeur de wortel uit de noemer weg.

$$\begin{aligned}\frac{6}{\sqrt{3}} &= \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} && \text{(vermenigvuldig de teller en de noemer met } \sqrt{3} \text{)} \\ &= \frac{6\sqrt{3}}{3} && (\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3) \\ &= 2\sqrt{3} && \text{(breuk vereenvoudigen)}\end{aligned}$$

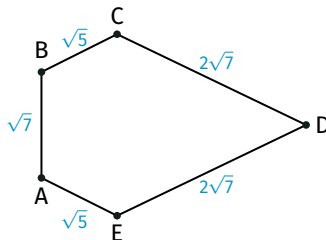
$$\begin{aligned}\frac{2}{\sqrt{8}} &= \frac{2\sqrt{8}}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{8}} && \text{(vermenigvuldig de teller en de noemer met } \sqrt{8} \text{)} \\ &= \frac{2\sqrt{8}}{8} && (\sqrt{8} \cdot \sqrt{8} = 8) \\ &= \frac{\sqrt{8}}{4} \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{4} && (\sqrt{8} \text{ schrijven als } 2\sqrt{2}) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{4 + \sqrt{7}}{\sqrt{14}} &= \frac{(4 + \sqrt{7}) \cdot (\sqrt{14})}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{14}} && \text{(vermenigvuldig de teller en de noemer met } \sqrt{14} \text{)} \\ &= \frac{4\sqrt{14} + 7\sqrt{2}}{14} && (\sqrt{14} \cdot \sqrt{14} = 14 \text{ en } \sqrt{98} \text{ schrijven als } 7\sqrt{2}) \\ &= \frac{2}{7}\sqrt{14} + \frac{\sqrt{2}}{2} && \text{(breuk vereenvoudigen)}\end{aligned}$$

5.3 Bewerkingen bij het oplossen van problemen

Er zijn heel wat methodes om problemen op te lossen. Soms gebruik je een formule, een vergelijking, herken je een patroon, ... Hierin kunnen de letters dus ook reële getallen voorstellen.

Voorbeeld 1: Bepaal de omtrek van de gegeven vlakke figuur.



Berekening: de omtrek is de som van de lengtes van de zijden:

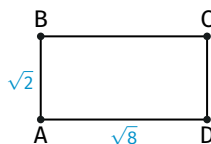
$$p = \sqrt{5} + 2\sqrt{7} + 2\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$$

$$p = 2\sqrt{5} + 5\sqrt{7}$$

$$p = 17,700892\dots$$

$$p \approx 17,7$$

Voorbeeld 2: Bepaal de omtrek en de oppervlakte van de rechthoek ABCD.



Berekeningen omtrek:

$$p = 2l + 2b$$

$$p = 2\sqrt{8} + 2\sqrt{2}$$

$$p = 6\sqrt{2}$$

$$p = 8,485281\dots$$

$$p \approx 8,5$$

Berekeningen oppervlakte:

$$A = l \cdot b$$

$$A = \sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$$

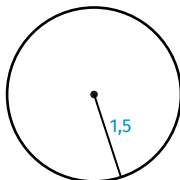
$$A = 4$$

TIP



Gebruik het
formularium of zoek
de formules op in
het vademecum.

Voorbeeld 3: Bepaal de oppervlakte van de gegeven cirkel.



Berekening oppervlakte:

$$A = \pi \cdot r^2$$

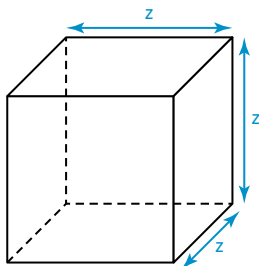
$$A = \pi \cdot 1,5^2$$

$$A = 2,25\pi$$

$$A = 7,068583\dots$$

$$A = 7,07$$

Voorbeeld 4: Bepaal de omtrek van het grondvlak van een kubus met volume 20 cm^3



Berekening lengte ribbe kubus:

$$V = 20 \text{ cm}^3$$

$$z^3 = 20 \text{ cm}^3$$

$$z = \sqrt[3]{20} \text{ cm} \quad \leftarrow \text{We gebruiken dit tussenresultaat in de verdere berekening.}$$

Berekening omtrek grondvlak:

$$p = 4z$$

$$p = 4 \cdot \sqrt[3]{20} \text{ cm}$$

$$p = 10,857670\dots \text{ cm}$$

$$p \approx 10,9 \text{ cm} \quad \leftarrow \text{zinvolle afronding op basis van de context}$$



— **Merk op** —

- Tussenresultaten ronden we niet af.
- Rond je resultaat af op de gevraagde nauwkeurigheid, of bepaal die zelf op basis van de context.



Verwerkingsopdrachten



6,7

15

Vereenvoudig de vierkantswortels.

$$a) \sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$$

$$c) \sqrt{175} = \sqrt{25 \cdot 7} = 5\sqrt{7}$$

$$b) \sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$$

$$d) \sqrt{294} = \sqrt{49 \cdot 6} = 7\sqrt{6}$$

16

Werk uit indien mogelijk en vereenvoudig.

$$a) 9\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} + \sqrt{5} \\ = 12\sqrt{5}$$

$$c) 3\sqrt{14} - 4\sqrt{7} + 2\sqrt{14} + 3\sqrt{7} \\ = 5\sqrt{14} - \sqrt{7}$$

$$b) 3\sqrt{3} - \sqrt{12} - \sqrt{3} \\ = 3\sqrt{3} - \sqrt{4 \cdot 3} - \sqrt{3} \\ = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ = 0$$

$$d) \sqrt{75} + \sqrt{50} - 3\sqrt{18} + \sqrt{48} \\ = \sqrt{25 \cdot 3} + \sqrt{25 \cdot 2} - 3\sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{16 \cdot 3} \\ = 5\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + 4\sqrt{3} \\ = 9\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$$

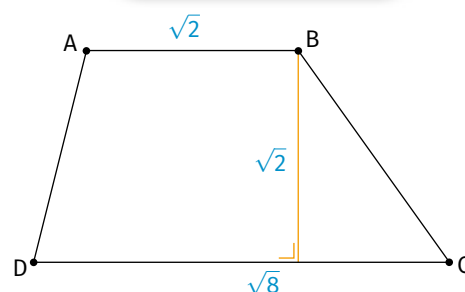
17

Bepaal de oppervlakte van dit trapezium.

$$A = \frac{(\sqrt{8} + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}}{2} \\ A = \frac{\sqrt{8}\sqrt{2} + \sqrt{2}\sqrt{2}}{2} \\ A = \frac{\sqrt{8 \cdot 2} + 2}{2} \\ A = \frac{\sqrt{16} + 2}{2} \\ A = \frac{4 + 2}{2} \\ A = 3$$



TIP $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$



18

Maak de noemers wortelvrij.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{10}{\sqrt{5}} &= \frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} \\ &= \frac{10\sqrt{5}}{5} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{2 \cdot 3}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (\sqrt{2})^{-1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

6 Schatten, rekenen en afronden

Vorig jaar leerde je rekenen met rationale getallen. In de diagnostische module kun je de signaal oefeningen maken om te zien waar jij best nog wat verder op oefent. Het is belangrijk om jouw rekenvaardigheid verder te onderhouden. In heel wat situaties zul je voor de berekeningen ook gebruik maken van een rekenmachine. Denk maar aan toepassingen binnen natuurwetenschappen, economische situaties, verhoudingen...

6.1 Schatten

Voorbeeld 1: Je leerde al dat je een inschatting kan maken van de grootte van een vierkantswortel. Zo is $\sqrt{26}$ iets groter dan 5 (want $\sqrt{25} = 5$).

Voorbeeld 2: Bij een schatting kan je gebruik maken van afgeronde of benaderende waarden. Als je weet dat $\pi \approx 3,14$ dan kan je een schatting maken van 200π .

Schatting: $200\pi \approx 628$

Exacte waarde: $200\pi \approx 628,31853...$

Wanneer je bij het oplossen van een probleem een berekening moet uitvoeren, kun je het verkregen resultaat altijd aftoetsen aan een eerder gemaakte schatting.

Voorbeeld

De papa van Phebe wil een elektrische auto kopen.

Hij vindt in een catalogus deze gegevens terug.

Bepaal het bedrag van de btw als je deze wagen aankoopt.

- 1) Je kunt een schatting maken om een grootorde te kennen.

In woorden: 21% van 30 000 is ongeveer $\frac{1}{5}$ van 30 000.

Wiskundetaal: $0,21 \cdot 30\,000 \approx \frac{1}{5} \cdot 30\,000$

$$0,21 \cdot 30\,000 \approx 6000$$

De verkregen schatting zal lager liggen dan het werkelijke resultaat want $\frac{1}{5} = 20\%$

Het bedrag van de btw zal iets hoger liggen dan 6000 euro.

- 2) Met ICT kun je dit onmiddellijk berekenen.

In woorden: 21% van 30 000

Wiskundetaal: $0,21 \cdot 30\,000 = 6300$

Antwoord: Het bedrag van de btw is 6300 euro.

Je stelt vast dat het bedrag van de schatting (6000 euro) dicht bij de exact berekende waarde ligt.



€ 30 000

(exclusief 21% btw)



Zero Emission



TIP het symbool ... $\approx$...
Het symbool lees je als ... is bij benadering ... of ... is ongeveer ...



— Merk op —

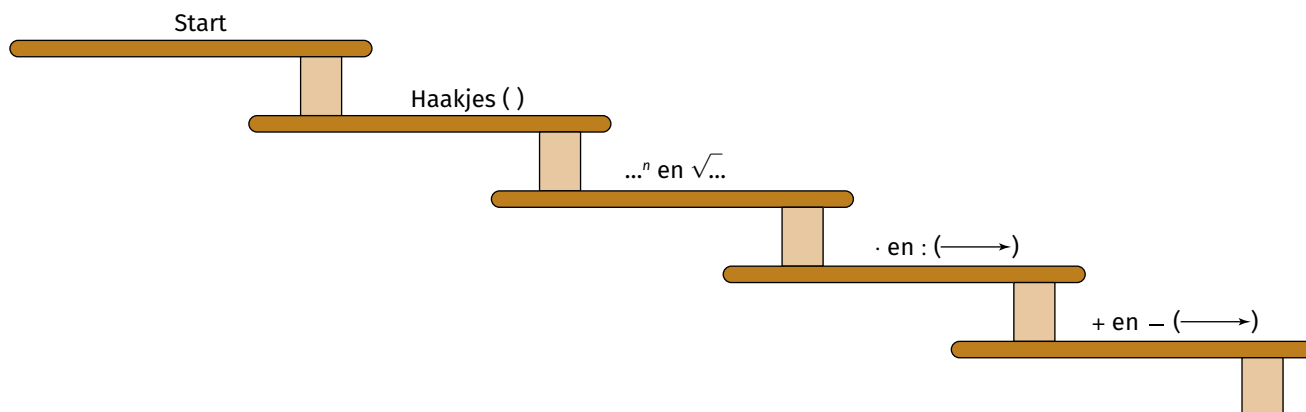
Er bestaan heel veel manieren om een resultaat te schatten. We sommen er hier vier op.

- Je kan afronden op eenvoudige getallen.
 $2459 : 31$ wordt bij schatting $2400 : 30 = 80$
- Eén naar boven en één naar onder afronden
 $51 \cdot 99$ wordt bij schatting $50 \cdot 100$
- Schatten via halveren of verdubbelen
 $12 \cdot 126 = 6 \cdot 252$
 $= 3 \cdot 504$
- Bepalen tussen welke waarden het getal ligt.

$\frac{17}{3}$ ligt tussen $5 \left(= \frac{15}{3} \right)$ en $6 \left(= \frac{18}{3} \right)$.

6.2 Volgorde van de bewerkingen

In de eerste graad paste je de volgorde van de bewerkingen toe met rationale getallen. Deze volgorde blijft geldig bij reële getallen. Bij eenvoudige oefeningen kun je die toepassen zonder ICT. Bij iets complexere oefeningen maak je gebruik van ICT. We herhalen even de afspraken.



Hoe voer je de volgorde van bewerkingen uit?

methode

STAP 1: Indien er haakjes zijn, reken je eerst alles uit binnen de haakjes:

- machtsverheffingen en vierkantsworteltrekkingen
- vermenigvuldigingen en delingen van links naar rechts
- optellingen en aftrekkingen van links naar rechts

STAP 2: Indien er geen haakjes zijn of nadat de haakjes zijn weggewerkt:

- machtsverheffingen en vierkantsworteltrekkingen
- vermenigvuldigingen en delingen van links naar rechts
- optellingen en aftrekkingen van links naar rechts

$$\begin{aligned}\sqrt{3} - (\sqrt{3})^3 &= \sqrt{3} - 3\sqrt{3} \\ &= -2\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}10\pi - 2 \cdot (4\pi - 3) &= 10\pi - 8\pi + 6 \\ &= 2\pi + 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 2 + \frac{2}{3}\pi \cdot 3^3 &= \frac{1}{3}\pi \cdot 9 \cdot 2 + \frac{2}{3}\pi \cdot 27 \\ &= 6\pi + 18\pi \\ &= 24\pi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2} \cdot (4 + 6)}{2} &= \frac{10\sqrt{2}}{2} \\ &= 5\sqrt{2}\end{aligned}$$



— Merk op —

- Staat er een uitdrukking onder het wortelteken, dan reken je eerst de uitdrukking onder het wortelteken uit.
- We kiezen ervoor om bij het eindresultaat niet de decimale vorm te noteren. Zolang we de exacte waarden kunnen gebruiken doen we dat. We ronden enkel het eindresultaat af indien dat zinvol is in functie van de context of relevant is voor de situatie.

6.3 Afronden

a) Afronden op een gekozen nauwkeurigheid

Afhankelijk van de situatie kun je meestal afleiden op welke nauwkeurigheid je moet afronden. Bij het betalen in euro werken we op 2 cijfers na de komma (0,01 nauwkeurig), bij het meten van een lijnstuk werken we op 1 mm, vraagstukken in de natuurwetenschappen moeten berekend worden via de **benaderingsregels**,...

Hoe rond je af op een gekozen nauwkeurigheid?

methode

- STAP 1: Kijk op welke nauwkeurigheid je moet afronden.
STAP 2: Kijk naar het cijfer dat na de gevraagde nauwkeurigheid komt.
- Is dit cijfer kleiner dan 5, dan rond je af naar beneden.
 - Is dit cijfer gelijk aan of groter dan 5, dan rond je af naar boven.

notatie

$\approx$

Dit lees je als: '... is afgerond ...'.

Voorbeelden:

Rond 17,354 af op 0,1 nauwkeurig:

$$17,354 \approx 17,4$$

Rond 17,354 af op 0,01 nauwkeurig:

$$17,354 \approx 17,35$$



Zet een stippellijn na het cijfer van de gevraagde nauwkeurigheid.

- Afronden op 0,1 nauwkeurig.
 $0,3\dot{4}92$ wordt 0,3. (naar beneden afronden)
- Afronden op 0,01 nauwkeurig.
 $3,75\dot{8}31$ wordt 3,76. (naar boven afronden)

b) Zinvol afronden op basis van de context

Mats wil pannenkoeken bakken voor zijn verjaardag. In het recept staat dat hij 2 eieren nodig heeft voor 16 pannenkoeken. Hij wil echter 50 pannenkoeken maken. Hoeveel eieren heeft Mats dan nodig?

Om dit probleem op te lossen maakt hij gebruik van het kenmerk van een evenredigheid.

Stel x gelijk aan het aantal eieren die nodig zijn.

$$\frac{2}{16} = \frac{x}{50} \Leftrightarrow 2 \cdot 50 = 16x \Leftrightarrow 100 = 16x \Leftrightarrow \frac{100}{16} = x \Leftrightarrow 6,25 = x$$

Antwoord: Mats heeft 7 eieren nodig.



Kenmerk van een evenredigheid:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c \text{ (met } b \neq 0, d \neq 0)$$

c) Benaderingsregels

Bij het oplossen van vraagstukken in de wetenschappen werken we met meetresultaten van bepaalde grootheden. Er is dus gebruik gemaakt van een meettoestel waardoor we een beperkte meetnauwkeurigheid hebben. Als je bijvoorbeeld een bepaalde afstand meet, zal je dit kunnen doen op 1 mm nauwkeurig, hoewel dit in werkelijkheid misschien niet exact zal zijn.

- **Som en verschil**

Het resultaat van een som of verschil krijgt dezelfde nauwkeurigheid als de minst nauwkeurige term.

voorbeeld: Bereken de totale massa als je weet dat een koersfiets 6,970 kg en de wielrenner zelf 75,6 kg weegt.

Het minst nauwkeurige meetresultaat is 75,6 kg. Het antwoord moet dus ook op 0,1 kg nauwkeurig zijn.

Totale massa = 6,790 kg + 75,6 kg = 82,390 kg $\approx$ 82,4 kg.

- **Product en quotiënt**

Het resultaat van een product of quotiënt krijgt evenveel waardecijfers als de factor met het kleinste aantal waardecijfers.

voorbeeld: Usain Bolt heeft het wereldrecord op de 200 m op zijn naam staan. Hij deed hier slechts 19,19 seconden over. Wat was zijn gemiddelde snelheid?

$$v_g = \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ (met } \Delta x = \text{ de afgelegde weg en } \Delta t = \text{ tijdsduur)}$$

$$v_g = \frac{200\text{m}}{19,19\text{s}}$$

$$v_g = 10,422094 \dots \approx 14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Antwoord: Zijn gemiddelde snelheid was $14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

TIP



Elk cijfer dat het resultaat is van een meting noemen we een **waardecijfer**.

TIP



200 m $\rightarrow$ 3 waardecijfers (2, 0 en 0)
19,19 s $\rightarrow$ 4 waardecijfers (1, 9, 1 en 9)
kleinste aantal waardecijfers = 3



Verwerkingsopdrachten

19

De prijs voor deze wiskundemethode (exclusief btw) is € 50,57.



8, 9, 10

a) Schat de prijs (inclusief btw) als je weet dat deze 6 % bedraagt.

$$\frac{5}{100} \cdot 50 = \frac{250}{100} = 2,5$$

$$€ 50,50 + € 2,50 = € 53$$

Antwoord: De prijs inclusief btw bedraagt ongeveer € 53.

b) Bereken de exacte totaalprijs inclusief btw.

$$1,06 \cdot € 50,57 = € 53,6042 \approx € 53,60$$

Antwoord: De prijs inclusief btw bedraagt ongeveer € 53,60.

20

a) $\sqrt[3]{27} - 3 \cdot \sqrt{9}$

$$= 3 - 3 \cdot 3$$

$$= 3 - 9$$

$$= -6$$

c) $7\sqrt{2} + (4\sqrt{2} - 5\sqrt{2})^3$

$$= 7\sqrt{2} + (-\sqrt{2})^3$$

$$= 7\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$

$$= 5\sqrt{2}$$

b) $(1,5^2 \cdot \pi + 2^2 \cdot \pi) \cdot \sqrt{4^2 - 4 \cdot 3}$

$$= (2,25\pi + 4\pi) \cdot \sqrt{16 - 12}$$

$$= 6,25\pi \cdot 2$$

$$= 12,5\pi$$

d) $4\pi \cdot (\sqrt{5})^2 + 2\pi - \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5}$

$$= 4\pi \cdot 5 + 2\pi - 3 \cdot 5$$

$$= 20\pi + 2\pi - 15$$

$$= 22\pi - 15$$

21

Rond de uitkomst af op de gevraagde nauwkeurigheid.

	OP 0,1 NAUWKEURIG	OP 0,01 NAUWKEURIG	OP 0,001 NAUWKEURIG
$\frac{5}{17}$	0,3	0,29	0,294
$\sqrt{5}$	2,2	2,24	2,236
$\sqrt[3]{300}$	6,7	6,69	6,694

22

Bereken de veerkracht (= F) met de gegeven formule. Je weet dat de veerconstante (= k) $30 \frac{N}{m}$ is en de lengteverandering van de veer (= Δl) 5,6 cm is.



$$F = k \cdot \Delta l$$

$$F = k \cdot \Delta l$$

$$F = 30 \frac{N}{m} \cdot 0,056 \text{ m}$$

$$F = 1,68 \text{ N}$$

$$F \approx 1,7 \text{ N (benaderingsregels)}$$

Antwoord: De veerkracht is 1,7 N.



Signaaloefeningen

1

Verbind op een gepaste wijze.

Het optellen in $\mathbb{R}$ is commutatief.	$\forall a, b \in \mathbb{R}: a \cdot b = b \cdot a$
Het optellen in $\mathbb{R}$ is associatief.	$1 \in \mathbb{R}, \forall a \in \mathbb{R}: a \cdot 1 = a = 1 \cdot a$
Nul is het neutraal element bij de optelling in $\mathbb{R}$.	$\forall a, b, c \in \mathbb{R}: (a \cdot b) \cdot c = a \cdot b \cdot c$
Het vermenigvuldigen in $\mathbb{R}$ is commutatief.	$0 \in \mathbb{R}, \forall a \in \mathbb{R}: a \cdot 0 = 0 = 0 \cdot a$
Eén is het neutraal element bij de vermenigvuldiging in $\mathbb{R}$.	$\forall a, b \in \mathbb{R}: a + b = b + a$
Het vermenigvuldigen in $\mathbb{R}$ is associatief.	$0 \in \mathbb{R}, \forall a \in \mathbb{R}: a + 0 = a = 0 + a$
Nul is het opslorpend element bij de vermenigvuldiging in $\mathbb{R}$.	$\forall a, b, c \in \mathbb{R}: (a + b) + c = a + b + c$

>>> Verder oefenen: D1 t.e.m. D11

2

Reken uit. Controleer je antwoord met ICT.

a) $\sqrt{7} + \sqrt{7} + \sqrt{7} + \sqrt{7} = 4\sqrt{7}$

d) $3\pi + 2 - \pi + 1 - 2\pi = 3$

b) $2 \cdot (3 - \pi) = 6 - 2\pi$

e) $\sqrt{10} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{10} + 4\sqrt{5} = -2\sqrt{10} + 6\sqrt{5}$

c) $\frac{3}{4} \cdot \sqrt{5} \cdot 8 = 6\sqrt{5}$

f) $(\sqrt{3} - 6) \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{3} - 4$

>>> Verder oefenen: D1 t.e.m. D11

3

Pas de rekenregels voor het rekenen met machten toe. De gebruikte letters zijn strikt positief.

a) $(\sqrt{5})^{-3} \cdot (\sqrt{5})^5 = (\sqrt{5})^2 = 5$

c) $(-\sqrt{2}x^5)^2 = (-\sqrt{2})^2 \cdot x^{10} = 2x^{10}$

b) $\left(\frac{3}{\sqrt{6}}\right)^{-2} = \left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 = \frac{(\sqrt{6})^2}{3^2} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

d) $\frac{\pi^3}{\pi^5} = \pi^{-2} = \left(\frac{1}{\pi}\right)^2 = \frac{1^2}{\pi^2} = \frac{1}{\pi^2}$

>>> Verder oefenen: D12 t.e.m. D16

4

Plaats de getallen in wetenschappelijke schrijfwijze.

- a) Een gemiddelde menselijke cel heeft een diameter van 15 micrometer. $0,015 \text{ mm} = 1,5 \cdot 10^{-7}$ meter
- b) Een gemiddelde menselijke cel weegt ongeveer 5 nanogram. $0,000000005 \text{ gram} = 5 \cdot 10^{-9}$ gram
- c) 5G kan in theorie 800 gigabytes per seconde leveren. $800\,000 \text{ MegaBytes} = 8 \cdot 10^5$ MegaBytes
- d) Een normale zaadlozing bevat minimum 22 500 000 zaadcellen. $2,25 \cdot 10^7$ zaadcellen
- e) In een gemiddeld mensenleven klopt een hart 2500 miljoen keer. $2\,500\,000\,000 = 2,5 \cdot 10^9$ keer

>>> Verder oefenen: D17 t.e.m. D24

5

Reken uit.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{5} \cdot \sqrt{20} &= \sqrt{5 \cdot 20} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{\frac{81}{16}} &= \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{16}} \\ &= \frac{9}{4} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \sqrt{4^6} &= \sqrt{(4^2)^3} \\ &= (\sqrt{4^2})^3 \\ &= 4^3 \\ &= 64 \end{aligned}$$

>>> Verder oefenen: D25 t.e.m. D34

6

Vereenvoudig de vierkantswortels.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{20} &= \sqrt{4 \cdot 5} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{54} &= \sqrt{9 \cdot 6} \\ &= 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

7

Maak de noemer wortelvrij.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{18}{\sqrt{6}} &= \frac{18\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} \\ &= \frac{18\sqrt{6}}{6} \\ &= 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\sqrt{2} - 3}{\sqrt{10}} &= \frac{(\sqrt{2} - 3) \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} \\ &= \frac{\sqrt{20} - 3\sqrt{10}}{10} \\ &= \frac{2\sqrt{5} - 3\sqrt{10}}{10} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{3\sqrt{10}}{10} \end{aligned}$$

>>> Verder oefenen: D35 t.e.m. D53

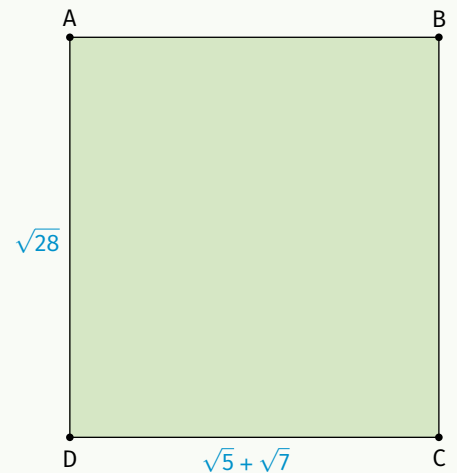
8

Bepaal de omtrek en de oppervlakte van deze rechthoek.

$$\begin{aligned}
 p &= 2 \cdot (l + b) & A &= l \cdot b \\
 &= 2 \cdot (\sqrt{28} + \sqrt{5} + \sqrt{7}) & &= \sqrt{28} \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{7}) \\
 &= 2 \cdot (\sqrt{4 \cdot 7} + \sqrt{5} + \sqrt{7}) & &= \sqrt{28}\sqrt{5} + \sqrt{28}\sqrt{7} \\
 &= 2 \cdot (2\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{7}) & &= \sqrt{28 \cdot 5} + \sqrt{28 \cdot 7} \\
 &= 2 \cdot (3\sqrt{7} + \sqrt{5}) & &= \sqrt{4 \cdot 7 \cdot 5} + \sqrt{4 \cdot 7 \cdot 7} \\
 &= 6\sqrt{7} + 2\sqrt{5} & &= 2\sqrt{35} + 14
 \end{aligned}$$

Antwoord:

De omtrek van deze rechthoek is $6\sqrt{7} + 2\sqrt{5}$ en
de oppervlakte van deze rechthoek is $2\sqrt{35} + 14$.



>>> Verder oefenen: D35 t.e.m. D53

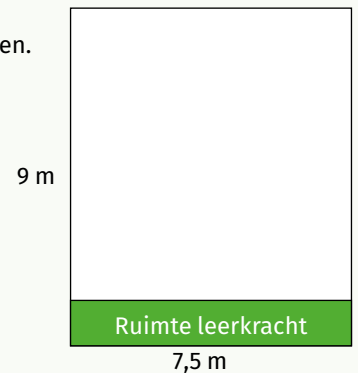
9

Door de coronamaatregelen moet de klas herschikt worden.

Er moet minimaal 4 m^2 per leerling en 8 m^2 voor de leerkracht voorzien worden.

a) Schat de totale oppervlakte van het lokaal.

$$9 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} = 72 \text{ m}^2$$

Antwoord: De totale oppervlakte is 72 m^2 .

b) Bereken de totale oppervlakte van het lokaal exact. Vergelijk dit met jouw schatting.

$$9 \text{ m} \cdot 7,5 \text{ m} = 67,5 \text{ m}^2$$

Antwoord: De totale oppervlakte is $67,5 \text{ m}^2$. Mijn schatting was goed, ik had verwacht dat dit minder ging zijn vermits ik naar boven had afgerond.

c) Bereken het totaal aantal personen die in het lokaal kunnen.

$$67,5 \text{ m}^2 - 8 \text{ m}^2 = 59,5 \text{ m}^2$$

$$\frac{59,5 \text{ m}^2}{4} = 14,875 \text{ m}^2$$

Antwoord: Er kunnen 14 leerlingen en 1 leerkracht in het lokaal, dus 15 personen.

>>> Verder oefenen: D54 t.e.m. D64

10

Bereken de zwaartekracht ($= F$) op Warre als je weet dat zijn massa $65,7 \text{ kg}$ is en de zwaarteveldsterkte ($= g$) $9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ is. Gebruik hiervoor de formule $F = m \cdot g$.



$$F = 65,7 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$F = 644,517 \text{ N}$$

$$F = 645 \text{ N}$$

Antwoord: De zwaartekracht op Warre is 645 N .

>>> Verder oefenen: D54 t.e.m. D64



Differentiatietraject

1

Duid de juiste combinaties aan in eenzelfde kleur.

$5 + 0 = 5 = 0 + 5$	1	Tegengestelde getallen a en $-a$
Neutraal element voor de vermenigvuldiging in $\mathbb{R}$	Neutraal element voor de optelling in $\mathbb{R}$	$\pi \cdot 0 = 0 = 0 \cdot \pi$
$\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0 = -\sqrt{3} + \sqrt{3}$	0	Symmetrische elementen voor de optelling in $\mathbb{R}$
$0,4 \cdot 1 = 0,4 = 1 \cdot 0,4$	Symmetrische elementen voor de vermenigvuldiging in $\mathbb{R}_0$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}$
Omgekeerde getallen a en a^{-1}	0	Opslorpend element voor de vermenigvuldiging in $\mathbb{R}$



2

Kleur de vakken die eenzelfde eigenschap voorstellen in eenzelfde kleur.

$\forall a, b \in \mathbb{R}: a + b = b + a$	$\sqrt{11} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{11}$	Het vermenigvuldigen van reële getallen is distributief ten opzichte van het optellen.
$\forall a, b, c \in \mathbb{R}: (a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$	$5 \cdot (\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{10}) = 5 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{10}$	Het optellen van reële getallen is commutatief.
$\forall a, b \in \mathbb{R}: a \cdot b = b \cdot a$	$5 + \sqrt{7} = \sqrt{7} + 5$	Het vermenigvuldigen van reële getallen is commutatief.
$\forall a, b, c \in \mathbb{R}: (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c$	$4 \cdot (\sqrt{6} + 5\pi) = 4\sqrt{6} + 20\pi$	Het optellen van reële getallen is associatief.
$\forall a, b, c \in \mathbb{R}: a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$3 + (\sqrt{5} + 2\sqrt{2}) = (3 + \sqrt{5}) + 2\sqrt{2}$	Het vermenigvuldigen van reële getallen is associatief.



3

Reken uit met behulp van de eigenschappen van de optelling en vermenigvuldiging. Controleer je antwoord met ICT.

a) $4\pi + 17\pi$

d) $6\sqrt{2} + 4\sqrt{5} - 7\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$

b) $8\sqrt{15} - 10\sqrt{15}$

e) $4\sqrt{11} + (6\sqrt{3} + 9\sqrt{11}) + 2\sqrt{3}$

c) $\frac{4}{5} \cdot \sqrt{2} \cdot 25$

f) $5\pi \cdot (-2\pi) \cdot 4$

a) 21π

d) $-\sqrt{2} + 7\sqrt{5}$

b) $-2\sqrt{15}$

e) $13\sqrt{11} + 8\sqrt{3}$

c) $20\sqrt{2}$

f) $-40\pi^2$



4

Reken uit met behulp van distributiviteit.

a) $\frac{3}{4}\pi \cdot (2\pi + 16)$

c) $0,75\sqrt{5} \cdot (8\sqrt{2} + 4)$

b) $(\sqrt{3} - 4\sqrt{13}) \cdot \sqrt{3}$

d) $-5\pi \cdot (3 - 2\pi)$

a) $\frac{3}{2}\pi^2 + 12\pi$

c) $6\sqrt{10} + 3\sqrt{5}$

b) $3 - 4\sqrt{39}$

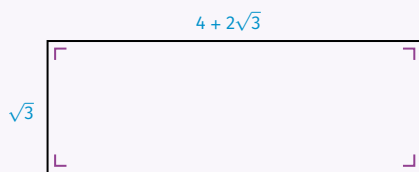
d) $-15\pi + 10\pi^2$



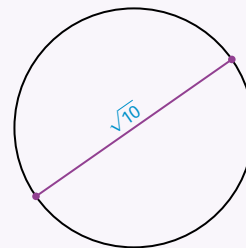
5

Bepaal de oppervlakte en omtrek van de vlakke figuren.

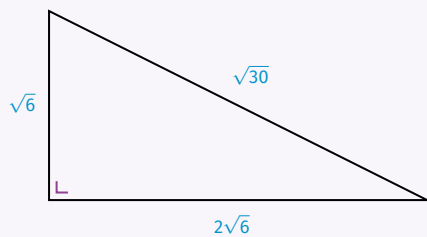
a)



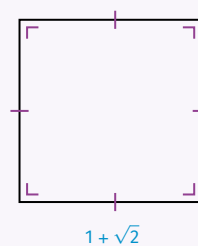
c)



b)



d)



$$a) A = l \cdot b$$

$$= (4 + 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3} + 6$$

$$p = 2 \cdot l + 2 \cdot b$$

$$= 2 \cdot (4 + 2\sqrt{3}) + 2 \cdot \sqrt{3}$$

$$= 8 + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$$= 8 + 6\sqrt{3}$$

$$b) A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}}{2}$$

$$= 6$$

$$p = z_1 + z_2 + z_3$$

$$= \sqrt{6} + \sqrt{30} + 2\sqrt{6}$$

$$= 3\sqrt{6} + \sqrt{30}$$

$$c) A = r^2 \cdot \pi$$

$$= (\sqrt{5})^2 \cdot \pi$$

$$= 5\pi$$

$$p = d \cdot \pi$$

$$= \sqrt{10}\pi$$

$$d) A = z^2$$

$$= (1 + \sqrt{2})^2$$

$$= 1 + 2\sqrt{2} + 2$$

$$= 3 + 2\sqrt{2}$$

$$p = 4z$$

$$= 4 \cdot (1 + \sqrt{2})$$

$$= 4 + 4\sqrt{2}$$



6

- a) Wat is de rol van 1 bij de vermenigvuldiging in $\mathbb{R}$? Toon aan met een voorbeeld.
- b) Wat is de rol van 0 bij de vermenigvuldiging in $\mathbb{R}$? Toon aan met een voorbeeld.
- c) Wat is het symmetrisch element bij de vermenigvuldiging in $\mathbb{R}$? Toon aan met een voorbeeld.

a) 1 is het neutraal element bij de vermenigvuldiging in $\mathbb{R}$.

$$\text{Bv. } \sqrt{5} \cdot 1 = \sqrt{5} = 1 \cdot \sqrt{5}$$

b) 0 is het opslorpend element bij de vermenigvuldiging in $\mathbb{R}$.

$$\text{Bv. } \sqrt{5} \cdot 0 = 0 = 0 \cdot \sqrt{5}$$

c) a en a^{-1} zijn symmetrische elementen bij de vermenigvuldiging in $\mathbb{R}$ (met $a \in \mathbb{R}_0$).

$$\text{Bv. } \sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 1 = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5}$$



7

Reken uit. Controleer je antwoord met ICT.

a) $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 8\sqrt{2}$

c) $\frac{3}{7}\sqrt{2} \cdot (14\sqrt{3} + \sqrt{2})$

e) $4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{27}$

b) $15\sqrt{5} + 10\sqrt{3} + 5\sqrt{5} + 25\sqrt{3}$

d) $(\sqrt{3} + \sqrt{196}) \cdot \pi$

f) $9\pi - 4\pi + 12\pi$

a) $-3\sqrt{2}$

c) $6\sqrt{6} + \frac{6}{7}$

e) $4 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 = 12\sqrt{2}$

b) $20\sqrt{5} + 35\sqrt{3}$

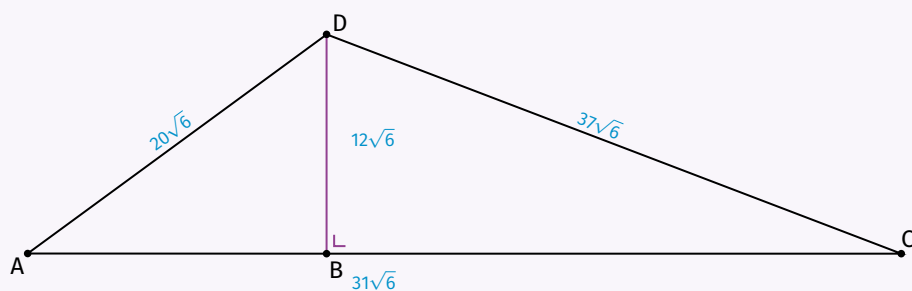
d) $\sqrt{3}\pi + 14\pi$

f) 17π



8

Bepaal de omtrek en oppervlakte van driehoek ADC.



$$p = z_1 + z_2 + z_3$$

$$\begin{aligned} p &= 31\sqrt{6} + 37\sqrt{6} + 20\sqrt{6} \\ &= 88\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{31\sqrt{6} \cdot 12\sqrt{6}}{2} \\ &= 31 \cdot 6 \cdot 6 \\ &= 1116 \end{aligned}$$



9

Reken uit met behulp van ICT.

	CAS	DECIMALE VORM	AFGEROND OP 0,01 NAUWKEURIG
a) $\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{5}} =$	$\sqrt{13}$	3,6055512754...	3,61
b) $5\sqrt{2} - \sqrt{32} =$	$\sqrt{2}$	1,4142135623...	1,41
c) $\sqrt[3]{3+5^2} =$	$\sqrt[3]{28}$	3,0365889718...	3,04
d) $(\sqrt{3} + 4) \cdot (-5) =$	$-20 - 5\sqrt{3}$	-28,660254037...	-28,66
e) $\frac{8}{7} \cdot \sqrt[3]{343}\pi =$	8π	25,132741228...	25,13



10

Een cilindervormig glas met straal $2\sqrt{5}$ cm en hoogte $\sqrt{180}$ cm wordt voor 75% gevuld met fruitsap. Bereken hoeveel cl fruitsap je nodig hebt om één glas te vullen.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (2\sqrt{5})^2 \cdot \sqrt{180} = \pi \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sqrt{180} = 120\pi\sqrt{5}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 120\pi\sqrt{5} = 90\pi\sqrt{5} \approx 632,233$$

$$632,233 \text{ cm}^3 = 63,2233 \text{ cl}$$



11

Om te weten of het standbeeld goed zal staan in de nieuwe zaal van het museum willen de personeelsleden weten wat het volume van de sokkel van het standbeeld is. Je weet dat de hoogte exact $\sqrt{3}$ meter is. De straal van het grondvlak is 2,85 meter en de straal van het bovenvlak is 1,3 m. Rond af op 1 dm.

$$V_{\text{afgeknotte kegel}} = \frac{\pi \cdot h \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2)}{3}$$

$$V_{\text{afgeknotte kegel}} = \frac{\pi \cdot \sqrt{3} \cdot (2,85^2 + 2,85 \cdot 1,3 + 1,3^2)}{3}$$

$$V_{\text{afgeknotte kegel}} = 24,51803290 \dots$$

$$V_{\text{afgeknotte kegel}} \approx 24,518 \text{ m}^3$$

Antwoord: Het volume van de sokkel is ongeveer $24,518 \text{ m}^3$.



TIP $V_{\text{afgeknotte kegel}} = \frac{\pi \cdot h \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2)}{3}$



12

Schrijf als een macht met een positieve exponent door de rekenregels van machten toe te passen. De gebruikte letters verschillen van nul.

- a) $(2^3)^2$ d) $7x^{-2} \cdot 2x^5$ g) $\frac{-1}{5} : \left(\frac{-1}{5}\right)^{-2}$
 b) $10^4 \cdot 10^{-6}$ e) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3}$ h) $(-8x^3)^2$
 c) $(-2x)^4$ f) $4^{-3} \cdot 4^6 \cdot 4 \cdot 4^{-2}$ i) $\frac{2^{-2}}{2^{-3}}$

a) $(2^3)^2 = 2^6 = 64$ e) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} = \frac{3^3}{(-2)^3} = \frac{27}{-8} = -\frac{27}{8}$ g) $\frac{-1}{5} : \left(\frac{-1}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{-1}{5}\right)^3 = \frac{(-1)^3}{5^3} = \frac{-1}{125}$
 b) $10^4 \cdot 10^{-6} = 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$ f) $4^{-3} \cdot 4^6 \cdot 4 \cdot 4^{-2} = 4^2 = 16$ h) $(-8x^3)^2 = (-8)^2 x^6 = 64x^6$
 c) $(-2x)^4 = (-2)^4 x^4 = 16x^4$ i) $\frac{2^{-2}}{2^{-3}} = 2^1 = 2$
 d) $7x^{-2} \cdot 2x^5 = 14x^3$

13

Verbind met de juiste rekenregel.

Macht van een macht	A	I	$a^m : b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ met $a \neq 0, b \neq 0$
Quotiënt van machten met hetzelfde grondtal	B	II	Om machten met eenzelfde grondtal te vermenigvuldigen, behoud je het grondtal en tel je de exponenten bij elkaar op.
Macht van een product	C	III	$a^m : a^p = \frac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$ met $a \neq 0$
Product van machten met hetzelfde grondtal	D	IV	$(a^m)^p = a^{m \cdot p}$ met $a \neq 0$
Macht van een quotiënt	E	V	Om een product tot een macht te verheffen, verhef je elke factor van dat product tot die macht.

A en IV B en III C en V D en II E en I

14

Pas de rekenregels van machten toe. De gebruikte letters verschillen van nul.

- a) $\frac{8x^7}{2x^4}$ d) $7x^2 \cdot 2x^5$ g) $(-6x^3)^2$
 b) $(2x^3)^2$ e) $((-x)^{-3})^2$ h) $\frac{x^5}{x^8}$
 c) $\left(\frac{y^2}{5}\right)^2$ f) $x^4 \cdot x^{-2} \cdot x$ i) $2a^7 \cdot 4a^{-2}$

a) $4x^3$ d) $14x^7$ g) $36x^6$
 b) $4x^6$ e) $(-x)^{-6} = \frac{1}{x^6}$ h) $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$
 c) $\frac{y^4}{25}$ f) x^3 i) $8a^5$

15

Pas de rekenregels van machten toe. De gebruikte letters verschillen van nul.

a) $\left(\frac{\sqrt{21}}{3}\right)^2$

d) $\left((\sqrt{7})^2\right)^{-1}$

g) $\left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^{-2}$

b) $(\sqrt{3}x^3)^2$

e) $\pi x^5 \cdot 2x^3$

h) $(\sqrt{5} \cdot \sqrt{7})^2$

c) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2})^5$

f) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3})^2$

i) $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}\right)^2$

a) $\left(\frac{\sqrt{21}}{3}\right)^2 = \frac{21}{9}$
 $= \frac{7}{3}$

d) $\left((\sqrt{7})^2\right)^{-1} = 7^{-1}$
 $= \frac{1}{7}$

g) $\left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^{-2} = \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2$
 $= \frac{6}{4}$
 $= \frac{3}{2}$

b) $(\sqrt{3}x^3)^2 = 3x^6$

e) $\pi x^5 \cdot 2x^3 = 2\pi x^8$

c) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2})^5 = (\sqrt{2})^6$
 $= ((\sqrt{2})^2)^3$
 $= 2^3$
 $= 8$

f) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3})^2 = (\sqrt{3})^4$
 $= ((\sqrt{3})^2)^2$
 $= 3^2$
 $= 9$

h) $(\sqrt{5} \cdot \sqrt{7})^2 = 5 \cdot 7$
 $= 35$

i) $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}\right)^2 = \frac{3}{8}$



16

Pas de rekenregels van machten toe. De gebruikte letters verschillen van nul.

a) $\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5})^5}{(\sqrt{5})^4}$

c) $\left((\sqrt{2})^3(\sqrt{3})^{-1}\right)^{-1}$

e) $(\sqrt{2}x^4)^2 + (\sqrt{2}x^2)^4$

b) $\left(\frac{\pi^{-5}}{\pi \cdot \pi^3}\right)^{-1}$

d) $\left(\frac{\pi x^2}{2\pi x}\right)^2$

f) $\left(\frac{(\sqrt{8}x^2)^2}{\sqrt{2}}\right)^{-1}$

a) $\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5})^5}{(\sqrt{5})^4} = \frac{(\sqrt{5})^6}{(\sqrt{5})^4}$
 $= (\sqrt{5})^2$
 $= 5$

c) $\left((\sqrt{2})^3(\sqrt{3})^{-1}\right)^{-1} = (\sqrt{2})^{-3} \cdot \sqrt{3}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{2})^3}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{2})^2 \sqrt{2}}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$
 $= \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\sqrt{2}}$
 $= \frac{\sqrt{6}}{2 \cdot 2}$
 $= \frac{\sqrt{6}}{4}$

d) $\left(\frac{\pi x^2}{2\pi x}\right)^2 = \frac{\pi^2 x^4}{4\pi^2 x^2}$
 $= \frac{1}{4}x^2$

e) $(\sqrt{2}x^4)^2 + (\sqrt{2}x^2)^4 = x^8 + 4x^8$
 $= 6x^8$

b) $\left(\frac{\pi^{-5}}{\pi \cdot \pi^3}\right)^{-1} = \frac{\pi \cdot \pi^3}{\pi^{-5}}$
 $= \frac{\pi^4}{\pi^{-5}}$
 $= \pi^9$

f) $\left(\frac{(\sqrt{8}x^2)^2}{\sqrt{2}}\right)^{-1} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{8}x^2)^2}$
 $= \frac{\sqrt{2}}{8x^4}$



17



Schrijf de vetgedrukte getallen als een macht van 10.

LENGTEMATEN		
BENAMING	NOTATIE	GROOTTEORDE TOT SI-EENHEID
kilometer	1 km	1000 m
hectometer	1 hm	100 m
decameter	1 dam	10 m
meter	1 m	1 m
decimeter	1 dm	0,1 m
centimeter	1 cm	0,01 m
millimeter	1 mm	0,001 m
micrometer	1 μm	0,000 001 m
nanometer	1 nm	0,000 000 001 m
picometer	1 pm	0,000 000 000 001 m
femtometer	1 fm	0,000 000 000 000 001 m

VEELVOUDEN VAN BYTES / MEGABYTES		
BENAMING	NOTATIE	GROOTTEORDE VAN MEGABYTE
byte	1 B	0,000 001 MB
kilobyte	1 kB	0,001 MB
megabyte	1 MB	1 MB
gigabyte	1 GB	1000 MB
terabyte	1 TB	1 000 000 MB
petabyte	1 PB	1 000 000 000 MB
exabyte	1 EB	1 000 000 000 000 MB
zettabyte	1 ZB	1 000 000 000 000 000 MB
yottabyte	1 YB	1 000 000 000 000 000 000 MB

* De SI-eenheid is byte en niet megabyte. Om het te bevatten, vergelijken we met megabyte. Er zijn andere voorvoegsels als je binair redeneert.

$$1000 \text{ m} = 10^3 \text{ m}$$

$$100 \text{ m} = 10^2 \text{ m}$$

$$10 \text{ m} = 10^1 \text{ m}$$

$$1 \text{ m} = 10^0 \text{ m}$$

$$0,1 \text{ m} = 10^{-1} \text{ m}$$

$$0,01 \text{ m} = 10^{-2} \text{ m}$$

$$0,001 \text{ m} = 10^{-3} \text{ m}$$

$$0,000 001 \text{ m} = 10^{-6} \text{ m}$$

$$0,000 000 001 \text{ m} = 10^{-9} \text{ m}$$

$$0,000 000 000 001 \text{ m} = 10^{-12} \text{ m}$$

$$0,000 000 000 000 001 \text{ m} = 10^{-15} \text{ m}$$

$$0,000 001 \text{ MB} = 10^{-6} \text{ MB}$$

$$0,001 \text{ MB} = 10^{-3} \text{ MB}$$

$$1 \text{ MB} = 10^0 \text{ MB}$$

$$1000 \text{ MB} = 10^3 \text{ MB}$$

$$1000 000 \text{ MB} = 10^6 \text{ MB}$$

$$1000 000 000 \text{ MB} = 10^9 \text{ MB}$$

$$1000 000 000 000 \text{ MB} = 10^{12} \text{ MB}$$

$$1000 000 000 000 000 \text{ MB} = 10^{15} \text{ MB}$$

$$1000 000 000 000 000 000 \text{ MB} = 10^{18} \text{ MB}$$

18

De gegeven getallen staan in wetenschappelijke notatie. Schrijf die getallen zonder macht van 10.

a) $1,3 \cdot 10^{-7}$

d) $1,05 \cdot 10^8$

g) $9 \cdot 10^{-15}$

b) $4,98 \cdot 10^5$

e) $3,9 \cdot 10^{-3}$

h) $6,002 \cdot 10^9$

c) $2,5 \cdot 10^{-4}$

f) $8,23 \cdot 10^{12}$

i) $7,52 \cdot 10^{10}$

a) 0,000 000 13

d) 105 000 000

g) 0,000 000 000 000 009

b) 498 000

e) 0,003 9

h) 6 002 000 000

c) 0,000 25

f) 8 230 000 000 000

i) 75 200 000 000

19

Schrijf de getallen in wetenschappelijke schrijfwijze.

a) 930 000

d) 63000000

g) 0,000015

b) 0,000000032

e) 0,00000000000000075

h) 19000000000000000

c) 1050000000000

f) 0,00202

i) 40040

a) $9,3 \cdot 10^5$

d) $6,3 \cdot 10^7$

g) $1,5 \cdot 10^{-5}$

b) $3,2 \cdot 10^{-8}$

e) $7,5 \cdot 10^{-16}$

h) $1,9 \cdot 10^{16}$

c) $1,05 \cdot 10^{12}$

f) $2,02 \cdot 10^{-3}$

i) $4,004 \cdot 10^4$



20

Reken uit.

a) $4,0 \cdot 10^4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}$

e) $\frac{1,4 \cdot 10^{-9}}{7,0 \cdot 10^{-7}}$

i) $\pi \cdot (2,39 \cdot 10^{-12})^2$

b) $\frac{8,6 \cdot 10^3}{2,0 \cdot 10^4}$

f) $(2 \cdot 10^9)^4$

j) $4,1 \cdot 10^{-5} - 8,3 \cdot 10^{-5}$

c) $3,29 \cdot 10^2 + 1,8 \cdot 10^1$

g) $\frac{1,08 \cdot 10^{12}}{4,19 \cdot 10^{-19}}$

k) $9,81 \cdot 10^2 \cdot 1,31 - 5$

d) $1,242 \cdot 10^8 - 5 \cdot 10^7$

h) $5,62 \cdot 10^{-6} \cdot 2,33 \cdot 10^9$

l) $\frac{7,03 \cdot 10^{16}}{1,5 \cdot 10^{16}}$

$$\begin{aligned} \text{a) } 4,0 \cdot 10^4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} &= 10 \cdot 10^2 \\ &= 10^3 \\ &= 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } (2 \cdot 10^9)^4 &= 2^4 \cdot 10^{36} \\ &= 16 \cdot 10^{36} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{8,6 \cdot 10^3}{2,0 \cdot 10^4} &= 4,3 \cdot 10^{-1} \\ &= 0,43 \end{aligned}$$

$$\text{g) } \frac{1,08 \cdot 10^{12}}{4,19 \cdot 10^{-19}} = \frac{1,08}{4,19} \cdot 10^{31}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } 5,62 \cdot 10^{-6} \cdot 2,33 \cdot 10^9 &= 13,0946 \cdot 10^3 \\ &= 13\,094,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3,29 \cdot 10^2 + 1,8 \cdot 10^1 &= 329 + 18 \\ &= 347 \end{aligned}$$

$$\text{i) } \pi \cdot (2,39 \cdot 10^{-12})^2 = \pi \cdot 5,7121 \cdot 10^{-24}$$

$$\text{j) } 4,1 \cdot 10^{-5} - 8,3 \cdot 10^{-5} = -4,2 \cdot 10^{-5}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 1,242 \cdot 10^8 - 5 \cdot 10^7 &= 12,42 \cdot 10^7 - 5 \cdot 10^7 \\ &= 7,42 \cdot 10^7 \\ &= 74\,200\,000 \end{aligned}$$

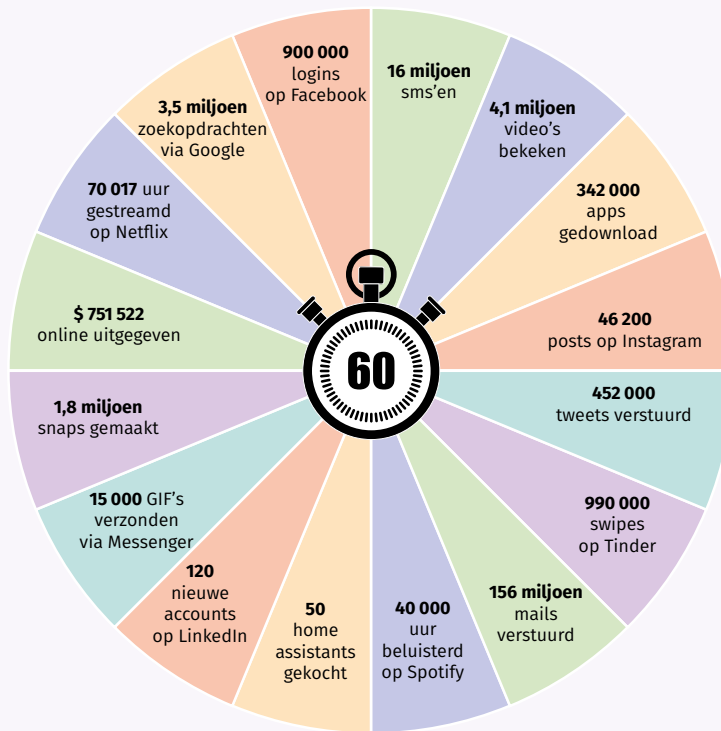
$$\begin{aligned} \text{k) } 9,81 \cdot 10^2 \cdot 1,31 - 5 &= 12,8511 \cdot 10^2 - 5 \\ &= 1285,11 - 5 \\ &= 1280,11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{1,4 \cdot 10^{-9}}{7,0 \cdot 10^{-7}} &= 0,2 \cdot 10^{-2} \\ &= 0,002 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l) } \frac{7,03 \cdot 10^{16}}{1,5 \cdot 10^{16}} &= \frac{7,03}{1,5} \cdot 10^0 \\ &= \frac{703}{150} \end{aligned}$$



Wat gebeurt er in 1 minuut op internet ?



Bron: twitter.com/lorilewis

Noteer de gevraagde gegevens in wetenschappelijke schrijfwijze.

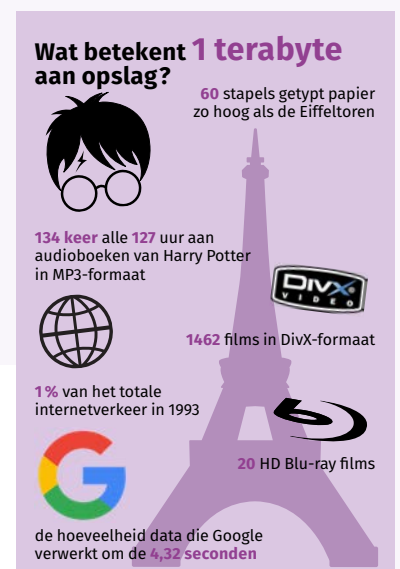
- het aantal sms'en
- het totaal aantal verzonden e-mails en tweets
- het aantal snaps dat in 1 uur wordt verzonden
- het aantal zoekopdrachten per dag via Google
- het aantal dollar dat online uitgegeven wordt in een jaar
- het aantal apps dat gedownload wordt in 1 week

- 16 miljoen = $1,6 \cdot 10^7$
- $156 \text{ miljoen} + 452\,000 = 1,56 \cdot 10^8 + 4,52 \cdot 10^5 = 1,56 \cdot 10^8 + 0,00452 \cdot 10^8 = 1,56452 \cdot 10^8$
- $1,8 \text{ miljoen} \cdot 60 = 108 \text{ miljoen} = 1,08 \cdot 10^8$
- $3,5 \text{ miljoen} \cdot 1440 = 5040 \text{ miljoen} = 5,04 \cdot 10^9$
- $751\,522 \cdot 525\,600 \approx 3,95 \cdot 10^{11}$
- $342\,000 \cdot 10\,080 = 3,44736 \cdot 10^9$

Beantwoord de vragen aan de hand van deze infographic. Plaats je antwoord in wetenschappelijke schrijfwijze.

- Hoeveel opslag heb je ongeveer nodig om 1 HD Blu-ray film af te spelen?
- Hoeveel data wordt er ongeveer verwerkt in 1 dag bij Google?
- Hoeveel data aan internetverkeer was er in 1993?
- Hoeveel uur aan audio in mp3-formaat is 1 TB?

- 1 terabyte nodig voor 20 HD Blu-ray films
→ 0,05 terabyte nodig voor 1 HD Blu-ray film of $5 \cdot 10^{-2}$ terabyte.
- 1 terabyte data verwerkt door Google om de 4,32 seconden
→ 20 000 terabyte data verwerkt door Google in 1 dag of $2 \cdot 10^4$ terabyte.
- 1 terabyte was 1% van het totale internetverkeer in 1993
→ 100 terabyte was het totale internetverkeer in 1993 of 10^2 terabyte.
- 1 terabyte is 134 keer alle 127 uur aan audioboeken van Harry Potter in MP3-formaat of 17 018 uur of $1,7018 \cdot 10^4$ uur.

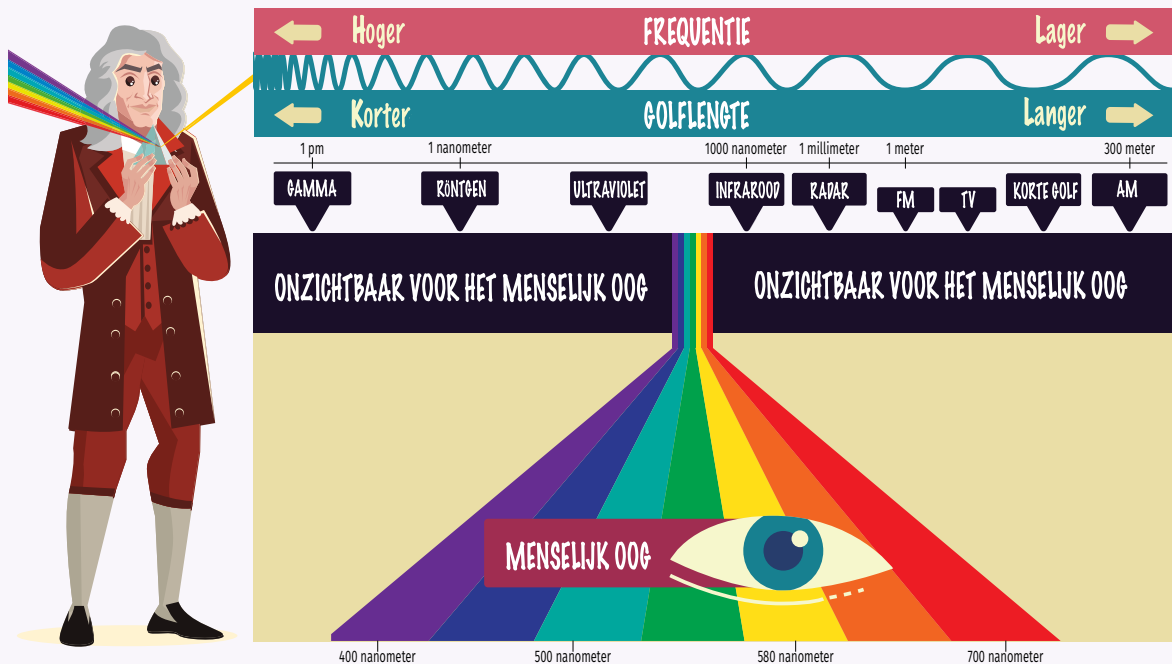


Bron: www.james-greenwood.com

23



Wanneer elektromagnetische straling een golflengte heeft tussen 700 nanometer en 400 nanometer, kan de mens die waarnemen. Kleur is een eigenschap van licht die bepaald wordt door die verschillende golflengtes.



- Plaats de golflengte voor de kleur geel in wetenschappelijke schrijfwijze.
- Hoe groot is het verschil tussen de golflengtes van de uiterste kleuren?
- Vul aan: De golflengte bij FM-radiogolven is ongeveer ... keer groter dan de golflengte bij röntgenstralen.

a) $580 \text{ nm} = 5,8 \cdot 10^2 \text{ nm}$.

b) $700 \text{ nm} - 400 \text{ nm} = 300 \text{ nm} (= 3 \cdot 10^2 \text{ nm})$

c) FM-radiogolven $\rightarrow 1 \text{ meter}$

röntgenstralen $\rightarrow 1 \text{ nanometer of } 10^{-9} \text{ meter}$

dus de golflengte bij FM-radiogolven is ongeveer 10^9 keer groter dan de golflengte bij röntgenstralen.



24



De ångström is een eenheid van lengte, die gelijk is aan 10^{-10} meter. De eenheid is genoemd naar de Zweedse natuurkundige Anders Jonas Ångström. De eenheid wordt vaak gebruikt om de afmetingen van een atoom of molecuul uit te drukken. We gebruiken als symbool 1 Å .

- Hoeveel keer kan 1 Å in een micrometer?
- Hoeveel picometer is 1 Å ?
- De straal van een atoom ligt tussen $0,25 \text{ Å}$ en 3 Å . Plaats de lengte van de straal in meter, gebruik hiervoor de wetenschappelijke schrijfwijze.

a) $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$ en $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$ dus 1 Å kan 10^4 keer in $1 \mu\text{m}$

b) $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$ en $1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$ dus $1 \text{ Å} = 10^2 \text{ pm}$

c) $0,25 \text{ Å} = 0,25 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

$3 \text{ Å} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

Antwoord: De lengte van de straal van een atoom ligt tussen $2,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ en $3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.



25

Reken uit.

a) $(\sqrt{3})^2$

c) $\sqrt{\frac{8}{2}}$

e) $\sqrt{5+11}$

b) $\sqrt{13} \cdot \sqrt{13}$

d) $\sqrt{11^2}$

f) $\sqrt{10^4}$

a) $(\sqrt{3})^2 = 3$

c) $\sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$

e) $\sqrt{5+11} = \sqrt{16} = 4$

b) $\sqrt{13} \cdot \sqrt{13} = 13$

d) $\sqrt{11^2} = 11$

f) $\sqrt{10^4} = (\sqrt{10^2})^2 = 10^2 = 100$

26

Vul aan zodat de opgave klopt.

a) $(\sqrt{\dots})^2 = 8$

c) $(\sqrt{\dots})^2 = 0$

e) $(\sqrt{\dots})^2 = -7$

b) $(\sqrt{12})^{\dots} = 12$

d) $(\sqrt{15})^{\dots} = 15$

f) $(\sqrt{3})^{\dots} = 9$

a) $(\sqrt{8})^2 = 8$

c) $(\sqrt{0})^2 = 0$

e) geen oplossing

b) $(\sqrt{12})^2 = 12$

d) $(\sqrt{15})^2 = 15$

f) $(\sqrt{3})^4 = 9$

27

Bereken en vereenvoudig.

a) $\sqrt{16 \cdot 25}$

c) $-\sqrt{9 \cdot 64}$

e) $-\sqrt{3} \cdot (-\sqrt{27})$

b) $\sqrt{0 \cdot 400}$

d) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{45}$

f) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{72}$

a) $\sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{16}\sqrt{25} = 4 \cdot 5 = 20$

d) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{45} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} = 3 \cdot 5 = 15$

f) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{72} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2 \cdot 36} = \sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} = 6 \cdot 2 = 12$

b) $\sqrt{0 \cdot 400} = 0$

e) $-\sqrt{3} \cdot (-\sqrt{27}) = \sqrt{3} \cdot \sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} = 3 \cdot 3 = 9$

c) $-\sqrt{9 \cdot 64} = -\sqrt{9}\sqrt{64} = -3 \cdot 8 = -24$

28

Duid de overeenkomstige uitdrukkingen aan in eenzelfde kleur.

4	$\sqrt{64}$	$\sqrt{2}\sqrt{8}$	$2\sqrt{5}$
$\sqrt{1+9}$	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$	9	$\sqrt{8}$
$(\sqrt{2})^3$	$\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{8^2}$	$\sqrt{1} + \sqrt{9}$
$\sqrt{16}$	$\sqrt{2}\sqrt{5}$	$\sqrt{5} + \sqrt{5}$	$\sqrt{2}\sqrt{10}$
$\sqrt{20}$	8	$\sqrt{3^4}$	$\sqrt{10}$



29

Verbind met de juiste oplossing.

a) $\sqrt{10^5}$ ☐ $10^2\sqrt{10}$ ☐ 5^5	c) $\sqrt{10^9}$ ☐ 10^3 ☐ $10^4\sqrt{10}$
b) $\sqrt{10^6}$ ☐ 5^3 ☐ 10^3	d) $\sqrt{10^{10}}$ ☐ 10^5 ☐ $10^5\sqrt{10}$



30

Verbind met de juiste rekenregel.

Het kwadraat van de positieve vierkantswortel van een positief getal	A	I	$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \ (a \geq 0 \text{ en } b \geq 0)$
De vierkantswortel van een quotiënt van twee positieve getallen waarvan de deler niet nul is	B	II	$\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n \ (a > 0)$
De vierkantswortel van een n -de macht van een strikt positief reëel getal	C	III	$(\sqrt{a})^2 = a \ (a \geq 0)$
De vierkantswortel van een product van twee positieve getallen	D	IV	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \ (a \geq 0 \text{ en } b > 0)$
A en III		B en IV	
C en II		D en I	



Pas de rekenregels toe.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}$

b) $\sqrt{6} : \sqrt{2}$

c) $(\sqrt{3})^4$

d) $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}}$

e) $2\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}$

f) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$

g) $\frac{\sqrt{44}}{\sqrt{11}}$

h) $\sqrt{\frac{8}{2}}$

i) $\sqrt{10^3}$

j) $\frac{6\sqrt{108}}{4\sqrt{3}}$

k) $\sqrt{\frac{3^2}{9}}$

l) $\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{10}}$

m) $\sqrt{2^9}$

n) $\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3}$

o) $(-2\sqrt{3})^4$

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{10}$

b) $\sqrt{6} : \sqrt{2} = \sqrt{\frac{6}{2}}$
 $= \sqrt{3}$

c) $(\sqrt{3})^4 = 9$

d) $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{14}{7}}$
 $= \sqrt{2}$

e) $2\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = 8 \cdot 3$
 $= 24$

f) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6 \cdot 3 \cdot 2}$
 $= \sqrt{36}$
 $= 6$

g) $\frac{\sqrt{44}}{\sqrt{11}} = \sqrt{\frac{44}{11}}$
 $= \sqrt{4}$
 $= 2$

h) $\sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4}$
 $= 2$

i) $\sqrt{10^3} = 10\sqrt{10}$

j) $\frac{6\sqrt{108}}{4\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3 \cdot 36}}{4\sqrt{3}}$
 $= \frac{6 \cdot 6\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$
 $= 9$

k) $\sqrt{\frac{3^2}{9}} = \sqrt{\frac{9}{9}}$
 $= \sqrt{1}$
 $= 1$

l) $\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{8 \cdot 5}}{\sqrt{10}}$
 $= \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{10}}$
 $= \sqrt{\frac{40}{10}}$
 $= \sqrt{4}$
 $= 2$

m) $\sqrt{2^9} = 2^4\sqrt{2}$
 $= 16\sqrt{2}$

n) $\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

o) $(-2\sqrt{3})^4 = 16 \cdot 9$
 $= 144$



32

Pas de rekenregel toe. Alle letters zijn strikt positief.

- a) $\sqrt{a^7}$ e) $\sqrt{9a^3}$ i) $(\sqrt{x^4})^3$
 b) $\frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^5}$ f) $\sqrt{b} \cdot \sqrt{b^4} \cdot \sqrt{b^3}$ j) $\sqrt{121a^3b^7c^2}$
 c) $\sqrt{x} \cdot \sqrt{14} : \sqrt{7}$ g) $\sqrt{a^{13}}$ k) $\sqrt{x^4 \cdot x^3 \cdot x^{-2}}$
 d) $\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{a^5} \cdot \sqrt{a^{-3}}$ h) $\sqrt{144x^5y^3z^4}$ l) $\sqrt{4x^3} : \sqrt{x} \cdot \sqrt{2}$

a) $\sqrt{a^7} = (\sqrt{a})^6 \sqrt{a}$
 $= ((\sqrt{a})^2)^3 \sqrt{a}$
 $= a^3 \sqrt{a}$
 b) $\frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^5} = (\sqrt{x})^{-4}$
 $= \frac{1}{(\sqrt{x})^4}$
 $= \frac{1}{((\sqrt{x})^2)^2}$
 $= \frac{1}{x^2}$
 c) $\sqrt{x} \cdot \sqrt{14} : \sqrt{7} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{14}{7}}$
 $= \sqrt{x} \cdot \sqrt{2}$
 $= \sqrt{2x}$
 d) $\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{a^5} \cdot \sqrt{a^{-3}} = \sqrt{a^2 a^5 a^{-3}}$
 $= \sqrt{a^4}$
 $= (\sqrt{a})^4$
 $= ((\sqrt{a})^2)^2$
 $= a^2$
 e) $\sqrt{9a^3} = 3a\sqrt{a}$
 f) $\sqrt{b} \cdot \sqrt{b^4} \cdot \sqrt{b^3} = \sqrt{b \cdot b^4 \cdot b^3}$
 $= \sqrt{b^8}$
 $= (\sqrt{b})^8$
 $= ((\sqrt{b})^2)^4$
 $= b^4$
 g) $\sqrt{a^{13}} = a^6 \sqrt{a}$
 h) $\sqrt{144x^5y^3z^4} = 12x^2yz^2\sqrt{xy}$
 i) $(\sqrt{x^4})^3 = (x^2)^3$
 $= x^6$
 j) $\sqrt{121a^3b^7c^2} = 11ab^3c\sqrt{ab}$
 k) $\sqrt{x^4 \cdot x^3 \cdot x^{-2}} = \sqrt{x^5}$
 $= (\sqrt{x})^5$
 $= (\sqrt{x})^4 \sqrt{x}$
 $= ((\sqrt{x})^2)^2 \sqrt{x}$
 $= x^2 \sqrt{x}$
 l) $\sqrt{4x^3} : \sqrt{x} \cdot \sqrt{2} = 2x\sqrt{x} : \sqrt{x} \cdot \sqrt{2}$
 $= 2x\sqrt{2}$
 $= 2\sqrt{2}x$



33

Pas de rekenregel toe. Alle letters zijn strikt positief.

- a) $\sqrt{x^{4p}} \cdot \sqrt{x^p} \cdot \sqrt{x^{-p}}$ e) $\sqrt{x^2 \cdot x^p \cdot x^{p-2}}$
 b) $(\sqrt{x^{5p}})^2$ c) $\frac{\sqrt{x^{3p+2}}}{\sqrt{x^{1-p}}}$ f) $(\sqrt{2x^p \cdot 3x^2})^2$
 d) $\sqrt{25a^{8p}}$

a) $\sqrt{x^{4p}} \cdot \sqrt{x^p} \cdot \sqrt{x^{-p}} = \sqrt{x^{4p+p-p}}$
 $= \sqrt{x^{4p}}$
 $= (\sqrt{x})^{4p}$
 $= ((\sqrt{x})^2)^{2p}$
 $= x^{2p}$
 b) $(\sqrt{x^{5p}})^2 = x^{5p}$
 c) $\frac{\sqrt{x^{3p+2}}}{\sqrt{x^{1-p}}} = \sqrt{x^{3p+2-1+p}}$
 $= \sqrt{x^{4p+1}}$
 $= \sqrt{x^{4p}x}$
 $= \sqrt{x^{4p}} \sqrt{x}$
 $= (\sqrt{x})^{4p} \sqrt{x}$
 $= ((\sqrt{x})^2)^{2p} \sqrt{x}$
 $= x^{2p} \sqrt{x}$
 d) $\sqrt{25a^{8p}} = 5a^{4p}$
 e) $\sqrt{x^2 \cdot x^p \cdot x^{p-2}} = \sqrt{x^{2+p+p-2}}$
 $= \sqrt{x^{2p}}$
 $= (\sqrt{x})^{2p}$
 $= ((\sqrt{x})^2)^p$
 $= x^p$
 f) $(\sqrt{2x^p \cdot 3x^2})^2 = 2x^p \cdot 3x^2$
 $= 6x^{p+2}$



De eigenschappen van vierkantswortels kun je bewijzen. Hieronder vind je het bewijs voor de rekenregel voor de vierkantswortel van het product van twee strikt positieve getallen.

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

Gegeven: $a, b \in \mathbb{R}^+$

Te bewijzen: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Bewijs:

- a) $\sqrt{a \cdot b} \in \mathbb{R}^+$ want $\sqrt{a} \in \mathbb{R}^+$ en $\sqrt{b} \in \mathbb{R}^+$
- b) $(\sqrt{a \cdot b})^2 = a \cdot b$
- c) $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2$
 $= a \cdot b$

dus: $(\sqrt{a \cdot b})^2 = (\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2$
 en dus: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

a) Bewijs de rekenregel voor de vierkantswortel van een quotiënt van twee positieve getallen waarvan de deler niet nul is.

b) Bewijs de rekenregel voor de vierkantswortel van een n -de macht van een strikt positief reëel getal.

a) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Gegeven: $a \in \mathbb{R}^+$ en $b \in \mathbb{R}_0^+$

Te bewijzen: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Bewijs:

- a) $\sqrt{\frac{a}{b}} \in \mathbb{R}^+$ want $\sqrt{a} \in \mathbb{R}^+$ en $\sqrt{b} \in \mathbb{R}_0^+$
- b) $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$
- c) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2}$
 $= \frac{a}{b}$

dus: $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2$
 en dus: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

b) $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$

Gegeven: $a \in \mathbb{R}_0^+$

Te bewijzen: $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$

Bewijs:

- a) $\sqrt{a^n} \in \mathbb{R}_0^+$ want $\sqrt{a} \in \mathbb{R}_0^+$
 en een gehele macht van een strikt positief getal is strikt positief
- b) $(\sqrt{a^n})^2 = a^n$
- c) $((\sqrt{a})^n)^2 = (\sqrt{a})^{2n}$
 $= ((\sqrt{a})^2)^n$
 $= a^n$

dus: $(\sqrt{a^n})^2 = ((\sqrt{a})^n)^2$
 en dus: $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$



35

Bereken.

a) $\sqrt{11} + \sqrt{11}$

d) $2\sqrt{10} + \sqrt{10} - 5\sqrt{10}$

g) $4\sqrt{7} - 3\sqrt{7} - \sqrt{7}$

b) $9\sqrt{7} - 5\sqrt{7}$

e) $4\sqrt{15} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{15}$

h) $\sqrt{3} + 6\sqrt{10} + 3\sqrt{10} - \sqrt{3}$

c) $5\sqrt{3} + 8\sqrt{3}$

f) $15\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$

i) $-4\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 8\sqrt{5}$

a) $2\sqrt{11}$

d) $-2\sqrt{10}$

g) 0

b) $4\sqrt{7}$

e) $\sqrt{15} + 2\sqrt{5}$

h) $9\sqrt{10}$

c) $13\sqrt{3}$

f) $7\sqrt{2}$

i) $7\sqrt{5}$

36

Bereken.

a) $2 \cdot 6\sqrt{3}$

d) $3\sqrt{10} \cdot \sqrt{2}$

g) $-6\sqrt{7} \cdot 7\sqrt{6}$

b) $5 \cdot 3\sqrt{2}$

e) $-2\sqrt{32} \cdot 4\sqrt{2}$

h) $-3\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$

c) $4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{12}$

f) $4\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$

i) $-2\sqrt{5} \cdot (-3\sqrt{5})$

a) $2 \cdot 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$

e) $-2\sqrt{32} \cdot 4\sqrt{2} = -8\sqrt{16 \cdot 2} \cdot \sqrt{2}$

g) $-6\sqrt{7} \cdot 7\sqrt{6} = -42\sqrt{7 \cdot 6}$

b) $5 \cdot 3\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$

$= -8 \cdot 4\sqrt{2}\sqrt{2}$

$= -42\sqrt{42}$

c) $4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{12} = 8\sqrt{3} \cdot \sqrt{4 \cdot 3}$

$= -32 \cdot 2$

h) $-3\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = -3\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5}$

$= 8\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}$

$= -64$

$= -3\sqrt{30}$

$= 16 \cdot 3$

f) $4\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = 4\sqrt{5} \cdot \sqrt{4 \cdot 5}$

i) $-2\sqrt{5} \cdot (-3\sqrt{5}) = 6 \cdot 5$

$= 48$

$= 4\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}$

$= 30$

d) $3\sqrt{10} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{5 \cdot 2} \cdot \sqrt{2}$

$= 8 \cdot 5$

$= 40$

$= 3\sqrt{5}\sqrt{2}\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{5} \cdot 2$

$= 6\sqrt{5}$

37

Vereenvoudig de vierkantswortels.

a) $\sqrt{20}$

d) $\sqrt{3400}$

g) $\sqrt{800}$

j) $\sqrt{48}$

b) $\sqrt{8}$

e) $\sqrt{72}$

h) $\sqrt{588}$

k) $\sqrt{288}$

c) $\sqrt{600}$

f) $\sqrt{28}$

i) $\sqrt{54}$

l) $\sqrt{128}$

a) $\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5}$
 $= 2\sqrt{5}$

e) $\sqrt{72} = \sqrt{2 \cdot 36}$
 $= 6\sqrt{2}$

i) $\sqrt{54} = \sqrt{9 \cdot 6}$
 $= 3\sqrt{6}$

b) $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2}$
 $= 2\sqrt{2}$

f) $\sqrt{28} = \sqrt{4 \cdot 7}$
 $= 2\sqrt{7}$

j) $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3}$
 $= 4\sqrt{3}$

c) $\sqrt{600} = \sqrt{6 \cdot 100}$
 $= 10\sqrt{6}$

g) $\sqrt{800} = \sqrt{2 \cdot 400}$
 $= 20\sqrt{2}$

k) $\sqrt{288} = \sqrt{144 \cdot 2}$
 $= 12\sqrt{2}$

d) $\sqrt{3400} = \sqrt{34 \cdot 100}$
 $= 10\sqrt{34}$

h) $\sqrt{588} = \sqrt{196 \cdot 3}$
 $= 14\sqrt{3}$

l) $\sqrt{128} = \sqrt{64 \cdot 2}$
 $= 8\sqrt{2}$

Vereenvoudig en reken daarna uit.

a) $\sqrt{2} + \sqrt{8}$

e) $\sqrt{243} - \sqrt{27}$

i) $\sqrt{8} + \sqrt{10} - \sqrt{50} + \sqrt{40}$

b) $\sqrt{75} + \sqrt{27}$

f) $\sqrt{150} - 3\sqrt{6}$

j) $\sqrt{45} - \sqrt{12} + 2\sqrt{20} - 4\sqrt{3}$

c) $\sqrt{76} - 3\sqrt{19}$

g) $2\sqrt{18} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{8} + \sqrt{98}$

k) $3\sqrt{5} + \sqrt{125} - \sqrt{180} - \sqrt{20}$

d) $2\sqrt{3} - \sqrt{48}$

h) $\sqrt{50} + 7\sqrt{18} - 5\sqrt{8}$

l) $4\sqrt{63} - 2\sqrt{28} + 5\sqrt{7}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{2} + \sqrt{8} &= \sqrt{2} + \sqrt{4 \cdot 2} \\ &= \sqrt{2} + 2\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{75} + \sqrt{27} &= \sqrt{25 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3} \\ &= 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{76} - 3\sqrt{19} &= \sqrt{4 \cdot 19} - 3\sqrt{19} \\ &= 2\sqrt{19} - 3\sqrt{19} \\ &= -\sqrt{19} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 2\sqrt{3} - \sqrt{48} &= 2\sqrt{3} - \sqrt{16 \cdot 3} \\ &= 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ &= -2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \sqrt{243} - \sqrt{27} &= \sqrt{81 \cdot 3} - \sqrt{9 \cdot 3} \\ &= 9\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \sqrt{150} - 3\sqrt{6} &= \sqrt{25 \cdot 6} - 3\sqrt{6} \\ &= 5\sqrt{6} - 3\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } 2\sqrt{18} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{8} + \sqrt{98} &= 2\sqrt{9 \cdot 2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 49} \\ &= 2 \cdot 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5 \cdot 2\sqrt{2} + 7\sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 7\sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \sqrt{50} + 7\sqrt{18} - 5\sqrt{8} &= \sqrt{25 \cdot 2} + 7\sqrt{9 \cdot 2} - 5\sqrt{4 \cdot 2} \\ &= 5\sqrt{2} + 7 \cdot 3\sqrt{2} - 5 \cdot 2\sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2} + 21\sqrt{2} - 10\sqrt{2} \\ &= 16\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } \sqrt{8} + \sqrt{10} - \sqrt{50} + \sqrt{40} &= \sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{10} - \sqrt{25 \cdot 2} + \sqrt{4 \cdot 10} \\ &= 2\sqrt{2} + \sqrt{10} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{10} \\ &= -3\sqrt{2} + 3\sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j) } \sqrt{45} - \sqrt{12} + 2\sqrt{20} - 4\sqrt{3} &= \sqrt{9 \cdot 5} - \sqrt{4 \cdot 3} + 2\sqrt{4 \cdot 5} - 4\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{3} + 2 \cdot 2\sqrt{5} - 4\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{5} - 4\sqrt{3} \\ &= 7\sqrt{5} - 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k) } 3\sqrt{5} + \sqrt{125} - \sqrt{180} - \sqrt{20} &= 3\sqrt{5} + \sqrt{5 \cdot 25} - \sqrt{36 \cdot 5} - \sqrt{4 \cdot 5} \\ &= 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} - 6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l) } 4\sqrt{63} - 2\sqrt{28} + 5\sqrt{7} &= 4\sqrt{9 \cdot 7} - 2\sqrt{4 \cdot 7} + 5\sqrt{7} \\ &= 4 \cdot 3\sqrt{7} - 2 \cdot 2\sqrt{7} + 5\sqrt{7} \\ &= 12\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 5\sqrt{7} \\ &= 13\sqrt{7} \end{aligned}$$



39

Reken uit.

a) $\sqrt{3} \cdot (2 - \sqrt{2})$

c) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{18})$

e) $-\sqrt{15} \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{6})$

b) $-\sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} + 3\sqrt{2})$

d) $\sqrt{7} \cdot (\sqrt{14} - \sqrt{5})$

f) $4\sqrt{2} \cdot (\sqrt{24} - \sqrt{42})$

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{3} \cdot (2 - \sqrt{2}) &= 2\sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \sqrt{7} \cdot (\sqrt{14} - \sqrt{5}) &= \sqrt{7}\sqrt{14} - \sqrt{7}\sqrt{5} \\ &= \sqrt{98} - \sqrt{35} \\ &= \sqrt{2 \cdot 49} - \sqrt{35} \\ &= 7\sqrt{2} - \sqrt{35} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } -\sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} + 3\sqrt{2}) &= -\sqrt{5}\sqrt{5} - 3\sqrt{5}\sqrt{2} \\ &= -5 - 3\sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } -\sqrt{15} \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{6}) &= -\sqrt{15}\sqrt{10} + \sqrt{15}\sqrt{6} \\ &= -\sqrt{150} + \sqrt{90} \\ &= -\sqrt{6 \cdot 25} + \sqrt{9 \cdot 10} \\ &= -5\sqrt{6} + 3\sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt{2} \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{18}) &= \sqrt{2}\sqrt{8} - \sqrt{2}\sqrt{18} \\ &= \sqrt{16} - \sqrt{36} \\ &= 4 - 6 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } 4\sqrt{2} \cdot (\sqrt{24} - \sqrt{42}) &= 4\sqrt{2}\sqrt{24} - 4\sqrt{2}\sqrt{42} \\ &= 4\sqrt{48} - 4\sqrt{84} \\ &= 4\sqrt{16 \cdot 3} - 4\sqrt{4 \cdot 21} \\ &= 4 \cdot 4\sqrt{3} - 4 \cdot 2\sqrt{21} \\ &= 16\sqrt{3} - 8\sqrt{21} \end{aligned}$$



40

Maak de noemer wortelvrij.

a) $\frac{5}{\sqrt{2}}$

d) $\frac{-3}{\sqrt{12}}$

f) $\frac{-15}{\sqrt{6}}$

h) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-1}$

b) $\frac{1}{\sqrt{17}}$

e) $\frac{3}{\sqrt{3}}$

g) $(\sqrt{7})^{-1}$

i) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}$

c) $\frac{2}{\sqrt{8}}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{5}{\sqrt{2}} &= \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ &= \frac{5\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{-3}{\sqrt{12}} &= \frac{-3\sqrt{12}}{\sqrt{12}\sqrt{12}} \\ &= \frac{-3\sqrt{12}}{12} \\ &= \frac{-3\sqrt{4 \cdot 3}}{12} \\ &= \frac{-3 \cdot 2\sqrt{3}}{12} \\ &= \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } (\sqrt{7})^{-1} &= \frac{1}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{1 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} \\ &= \frac{\sqrt{7}}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{1}{\sqrt{17}} &= \frac{1\sqrt{17}}{\sqrt{17}\sqrt{17}} \\ &= \frac{\sqrt{17}}{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{3}{\sqrt{3}} &= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{3} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-1} &= \frac{2}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{2} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{2}{\sqrt{8}} &= \frac{2\sqrt{8}}{\sqrt{8}\sqrt{8}} \\ &= \frac{2\sqrt{8}}{8} \\ &= \frac{2\sqrt{4 \cdot 2}}{8} \\ &= \frac{2 \cdot 2\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

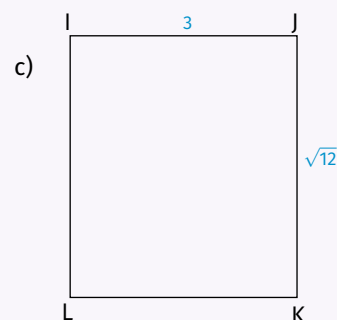
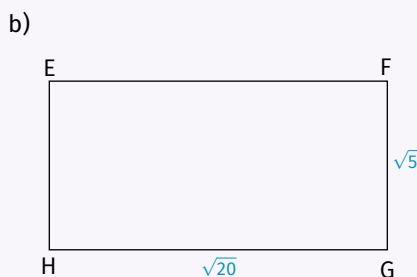
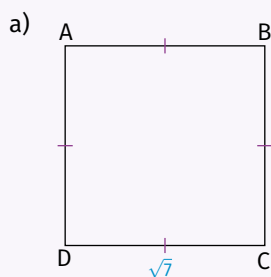
$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{-15}{\sqrt{6}} &= \frac{-15\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} \\ &= \frac{-15\sqrt{6}}{6} \\ &= \frac{-5\sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{i) } \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1} = \sqrt{3}$$



41

Bepaal de omtrek en oppervlakte van deze vlakke figuren.



$$\begin{aligned} \text{a) } p &= 4\sqrt{7} \\ A &= (\sqrt{7})^2 = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } p &= 2 \cdot (\sqrt{20} + \sqrt{5}) \\ &= 2 \cdot \sqrt{20} + 2 \cdot \sqrt{5} \\ &= 2 \cdot \sqrt{4 \cdot 5} + 2\sqrt{5} \\ &= 2 \cdot 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} \\ &= 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} \\ A &= \sqrt{20} \cdot \sqrt{5} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } p &= 2 \cdot (\sqrt{12} + 3) \\ &= 2 \cdot \sqrt{12} + 2 \cdot 3 \\ &= 2 \cdot \sqrt{4 \cdot 3} + 6 \\ &= 2 \cdot 2\sqrt{3} + 6 \\ &= 4\sqrt{3} + 6 \\ A &= 3\sqrt{12} \\ &= 3\sqrt{4 \cdot 3} \\ &= 3 \cdot 2\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$



42

Reken uit.

a) $(\sqrt{3} - 1)(2 - \sqrt{3})$

c) $(2\sqrt{5} - \sqrt{7})(\sqrt{7} + \sqrt{5})$

e) $(3 - 2\sqrt{2})(3\sqrt{2} + 7)$

b) $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{20} + 2)$

d) $(2\sqrt{3} + 3)(3\sqrt{3} - 2)$

f) $(-2\sqrt{7} + 3)(1 - \sqrt{7})$

$$\begin{aligned} \text{a) } (\sqrt{3} - 1)(2 - \sqrt{3}) &= 2\sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} - 3 - 2 + \sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{20} + 2) &= \sqrt{5}\sqrt{20} + 2\sqrt{5} - \sqrt{20} - 2 \\ &= \sqrt{100} + 2\sqrt{5} - \sqrt{4 \cdot 5} - 2 \\ &= 10 + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (2\sqrt{5} - \sqrt{7})(\sqrt{7} + \sqrt{5}) &= 2\sqrt{5}\sqrt{7} + 2\sqrt{5}\sqrt{5} - \sqrt{7}\sqrt{7} - \sqrt{7}\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{35} + 2 \cdot 5 - 7 - \sqrt{35} \\ &= \sqrt{35} + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (2\sqrt{3} + 3)(3\sqrt{3} - 2) &= 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \cdot 2 + 3 \cdot 3\sqrt{3} - 3 \cdot 2 \\ &= 6 \cdot 3 - 4\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 6 \\ &= 12 + 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } (3 - 2\sqrt{2})(3\sqrt{2} + 7) &= 3 \cdot 3\sqrt{2} + 3 \cdot 7 - 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \cdot 7 \\ &= 9\sqrt{2} + 21 - 6 \cdot 2 - 14\sqrt{2} \\ &= -5\sqrt{2} + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } (-2\sqrt{7} + 3)(1 - \sqrt{7}) &= -2\sqrt{7} + 2 \cdot 7 + 3 - 3\sqrt{7} \\ &= -5\sqrt{7} + 17 \end{aligned}$$



Maak de noemer wortelvrij.

a) $\frac{10}{\sqrt{125}}$

b) $\frac{3 + \sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

c) $\frac{8\sqrt{18}}{6\sqrt{6}}$

d) $\frac{3 - 4\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$

e) $\frac{-42\sqrt{96}}{-7\sqrt{3}}$

f) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

g) $\frac{3 - 2\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

h) $\frac{4 + 8\sqrt{7}}{\sqrt{28}}$

i) $\frac{-24\sqrt{54}}{8\sqrt{6}}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{10}{\sqrt{125}} &= \frac{10\sqrt{125}}{\sqrt{125}\sqrt{125}} \\ &= \frac{10\sqrt{125}}{125} \\ &= \frac{10\sqrt{5 \cdot 25}}{125} \\ &= \frac{10 \cdot 5\sqrt{5}}{125} \\ &= \frac{50\sqrt{5}}{125} \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{3 + \sqrt{2}}{\sqrt{5}} &= \frac{(3 + \sqrt{2})\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} \\ &= \frac{3\sqrt{5} + \sqrt{2}\sqrt{5}}{5} \\ &= \frac{3\sqrt{5} + \sqrt{10}}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{8\sqrt{18}}{6\sqrt{6}} &= \frac{8\sqrt{18}\sqrt{6}}{6\sqrt{6}\sqrt{6}} \\ &= \frac{8\sqrt{108}}{6 \cdot 6} \\ &= \frac{8\sqrt{36 \cdot 3}}{36} \\ &= \frac{8 \cdot 6\sqrt{3}}{36} \\ &= \frac{48\sqrt{3}}{36} \\ &= \frac{4\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{3 - 4\sqrt{8}}{\sqrt{2}} &= \frac{(3 - 4\sqrt{8})\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ &= \frac{3\sqrt{2} - 4\sqrt{8}\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{3\sqrt{2} - 4\sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{3\sqrt{2} - 4 \cdot 4}{2} \\ &= \frac{3\sqrt{2} - 16}{2} \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{2} - 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{-42\sqrt{96}}{-7\sqrt{3}} &= \frac{-42\sqrt{96}\sqrt{3}}{-7\sqrt{3}\sqrt{3}} \\ &= \frac{-42\sqrt{288}}{-7 \cdot 3} \\ &= \frac{-42\sqrt{2 \cdot 144}}{-21} \\ &= 2 \cdot 12\sqrt{2} \\ &= 24\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{\sqrt{5} - \sqrt{6}}{\sqrt{3}} &= \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{6})\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{5}\sqrt{3} - \sqrt{6}\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{15} - \sqrt{18}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{15} - \sqrt{9 \cdot 2}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{15} - 3\sqrt{2}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{15}}{3} - \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } \frac{3 - 2\sqrt{12}}{\sqrt{3}} &= \frac{(3 - 2\sqrt{12})\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} \\ &= \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{12}\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{36}}{3} \\ &= \frac{3\sqrt{3} - 2 \cdot 6^2}{3} \\ &= \sqrt{3} - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \frac{4 + 8\sqrt{7}}{\sqrt{28}} &= \frac{(4 + 8\sqrt{7})\sqrt{28}}{\sqrt{28}\sqrt{28}} \\ &= \frac{4\sqrt{28} + 8\sqrt{7}\sqrt{28}}{28} \\ &= \frac{4\sqrt{4 \cdot 7} + 8\sqrt{196}}{28} \\ &= \frac{4 \cdot 2\sqrt{7} + 8 \cdot 14}{28} \\ &= \frac{8\sqrt{7} + 112}{28} \\ &= \frac{2\sqrt{7}}{7} + 4 \end{aligned}$$

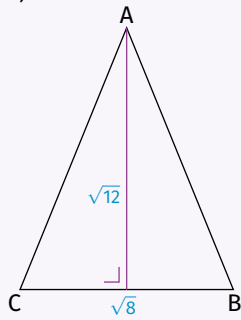
$$\begin{aligned} \text{i) } \frac{-24\sqrt{54}}{8\sqrt{6}} &= \frac{-24\sqrt{54}\sqrt{6}}{8\sqrt{6}\sqrt{6}} \\ &= \frac{-24\sqrt{324}}{8 \cdot 6} \\ &= \frac{-24 \cdot 18}{48} \\ &= -9 \end{aligned}$$



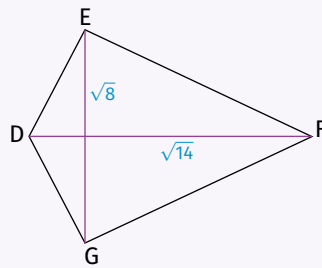
44

Bepaal de oppervlakte van deze vlakke figuren.

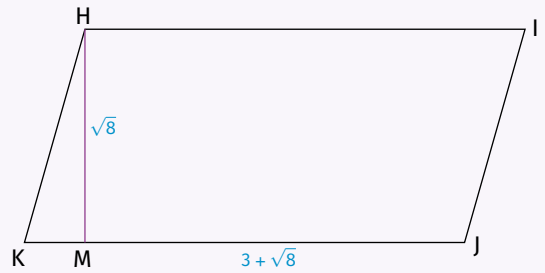
a)



b)



c)



$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \frac{\sqrt{8}\sqrt{12}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{96}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{16 \cdot 6}}{2} \\ &= \frac{4\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } A &= \frac{\sqrt{8}\sqrt{14}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{112}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{16 \cdot 7}}{2} \\ &= \frac{4\sqrt{7}}{2} \\ &= 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } A &= (3 + \sqrt{8})\sqrt{8} \\ &= 3\sqrt{8} + \sqrt{8}\sqrt{8} \\ &= 3\sqrt{8} + 8 \\ &= 6\sqrt{2} + 8 \end{aligned}$$



45

a) Bepaal de getalwaarde van de veelterm $-\sqrt{3}x^2 + 5x - \sqrt{12}$ voor $x = \sqrt{3}$.b) Bepaal de getalwaarde van de veelterm $-x^2 + \sqrt{18}x + 9$ voor $x = -\sqrt{8}$.

$$\begin{aligned} \text{a) } &-\sqrt{3}(\sqrt{3})^2 + 5\sqrt{3} - \sqrt{12} \\ &= -\sqrt{3} \cdot 3 + 5\sqrt{3} - \sqrt{4 \cdot 3} \\ &= 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } &-(-\sqrt{8})^2 + \sqrt{18}(-\sqrt{8}) + 9 \\ &= -8 - \sqrt{144} + 9 \\ &= -8 - 12 + 9 \\ &= -11 \end{aligned}$$



46

Los de magische vierkanten op.

a)

$2\sqrt{2}$	$7\sqrt{2}$	$\sqrt{72}$
$9\sqrt{2}$	$\sqrt{50}$	$\sqrt{2}$
$4\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{128}$

b) De magische som is $2\sqrt{2}$

$-\sqrt{2}$	$\sqrt{32}$	$-7\sqrt{2}$	$\sqrt{72}$
$-6\sqrt{2}$	$5\sqrt{2}$	0	$3\sqrt{2}$
$8\sqrt{2}$	$-5\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$-\sqrt{18}$
$\sqrt{2}$	$-2\sqrt{2}$	$7\sqrt{2}$	$-4\sqrt{2}$



TIP

In een magisch vierkant is de som van de getallen in elke lijn (kolom, rij, diagonaal) constant.



47

Kleur telkens het juiste antwoord. Er zijn meerdere juiste antwoorden mogelijk.

a) $\sqrt{36} + \sqrt{64} =$

10

$\sqrt{100}$

6 + 8

14

b) Welke uitspraken hebben hetzelfde resultaat?

$\sqrt{121}$

$\sqrt{|-121|}$

$\sqrt{11^2}$

$-\sqrt{121}$

c) $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{169}} =$

$\frac{36}{169}$

$\frac{6}{13}$

$\frac{\sqrt{36}}{169}$

$\sqrt{\frac{36}{169}}$

d) $(3 + \sqrt{2})^2 =$

11

$11 + 6\sqrt{2}$

$11 + 3\sqrt{2}$

29

e) De getalwaarde van $-x^2 + x - \sqrt{7}$ voor $x = -\sqrt{7}$

7

$-7 - 2\sqrt{7}$

$7 - 2\sqrt{7}$

-7

f) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{16}} =$

$\frac{25}{8}$

$\frac{25}{4}$

$\frac{5\sqrt{2}}{4}$

$\frac{5}{\sqrt{8}}$



48

Vereenvoudig. Alle gebruikte letters zijn strikt positief.

a) $\sqrt{a^7}$

e) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a^3}}$

i) $3a\sqrt{a^4} \cdot (-2) \cdot \sqrt{a^5}$

b) $\sqrt{25a^6}$

f) $\sqrt{\frac{121}{225}x^{17}}$

j) $8\sqrt{a} + \sqrt{a} - \sqrt{b} - 3\sqrt{a} + 5\sqrt{b}$

c) $\sqrt{9x^{16}y^9}$

g) $\frac{a\sqrt{a^{13}}}{\sqrt{a^9}}$

k) $-4\sqrt{x^3y} + 2\sqrt{x^2y} - x\sqrt{y} - 9x\sqrt{xy}$

d) $-4\sqrt{n} + \sqrt{64n}$

h) $\sqrt{a} + 5\sqrt{a} - 3\sqrt{a}$

l) $5\sqrt{a} + 3\sqrt{b} - 6\sqrt{a} - 3\sqrt{b}$

a) $\sqrt{a^7} = a^3\sqrt{a}$

h) $\sqrt{a} + 5\sqrt{a} - 3\sqrt{a} = 3\sqrt{a}$

b) $\sqrt{25a^6} = 5a^3$

i) $3a\sqrt{a^4} \cdot (-2) \cdot \sqrt{a^5} = 3a(\sqrt{a})^4 \cdot (-2)(\sqrt{a})^5$
 $= -6 \cdot a \cdot (\sqrt{a})^9$
 $= -6a \cdot (\sqrt{a})^8 \sqrt{a}$
 $= -6a \cdot ((\sqrt{a})^2)^4 \sqrt{a}$
 $= -6a \cdot a^4 \sqrt{a}$
 $= -6a^5 \sqrt{a}$

c) $\sqrt{9x^{16}y^9} = 3x^8y^4\sqrt{y}$

d) $-4\sqrt{n} + \sqrt{64n} = -4\sqrt{n} + 8\sqrt{n}$
 $= 4\sqrt{n}$

j) $8\sqrt{a} + \sqrt{a} - \sqrt{b} - 3\sqrt{a} + 5\sqrt{b} = 6\sqrt{a} + 4\sqrt{b}$

e) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a^3}} = \frac{\sqrt{a}}{a\sqrt{a}}$
 $= \frac{1}{a}$

k) $-4\sqrt{x^3y} + 2\sqrt{x^2y} - x\sqrt{y} - 9x\sqrt{xy} = -4x\sqrt{xy} + 2x\sqrt{y} - x\sqrt{y} - 9x\sqrt{xy}$
 $= -13x\sqrt{xy} + x\sqrt{y}$

f) $\sqrt{\frac{121}{225}x^{17}} = \frac{11}{15}x^8\sqrt{x}$

l) $5\sqrt{a} + 3\sqrt{b} - 6\sqrt{a} - 3\sqrt{b} = -\sqrt{a}$

g) $\frac{a\sqrt{a^{13}}}{\sqrt{a^9}} = \frac{a(\sqrt{a})^{13}}{(\sqrt{a})^9}$
 $= a(\sqrt{a})^{13-9}$
 $= a(\sqrt{a})^4$
 $= a((\sqrt{a})^2)^2$
 $= a \cdot a^2$
 $= a^3$



Reken uit met behulp van merkwaardige producten.

$$a) (\sqrt{7} - 2)^2$$

$$f) (\sqrt{27} + \sqrt{32})(\sqrt{27} - \sqrt{32})$$

$$b) (\sqrt{3} + 2)(2 - \sqrt{3})$$

$$g) (\sqrt{20} - \sqrt{5})^2$$

$$c) (6 + 2\sqrt{5})^2$$

$$h) (4 - 9\sqrt{2})^2$$

$$d) (\sqrt{2} + \sqrt{8})^2$$

$$i) (\sqrt{42} + \sqrt{14})^2$$

$$k) (-3\sqrt{11} + 4)(4 + 3\sqrt{11})$$

$$e) (\sqrt{5} + 1)(1 - \sqrt{5})$$

$$j) (\sqrt{15} - 2)(2 + \sqrt{15})$$

$$l) (\sqrt{6} - 5\sqrt{3})^2$$



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

en

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{aligned} a) (\sqrt{7} - 2)^2 &= (\sqrt{7})^2 - 2\sqrt{7} \cdot 2 + 2^2 \\ &= 7 - 4\sqrt{7} + 4 \\ &= 11 - 4\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h) (4 - 9\sqrt{2})^2 &= 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 9\sqrt{2} + (9\sqrt{2})^2 \\ &= 16 - 72\sqrt{2} + 81 \cdot 2 \\ &= 16 - 72\sqrt{2} + 162 \\ &= 178 - 72\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) (\sqrt{3} + 2)(2 - \sqrt{3}) &= 2^2 - (\sqrt{3})^2 \\ &= 4 - 3 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i) (\sqrt{42} + \sqrt{14})^2 &= (\sqrt{42})^2 + 2 \cdot \sqrt{42}\sqrt{14} + (\sqrt{14})^2 \\ &= 42 + 2 \cdot \sqrt{42 \cdot 14} + 14 \\ &= 42 + 2 \cdot \sqrt{588} + 14 \\ &= 56 + 2 \cdot \sqrt{196 \cdot 3} \\ &= 56 + 2 \cdot 14\sqrt{3} \\ &= 56 + 28\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) (6 + 2\sqrt{5})^2 &= 6^2 + 2 \cdot 6 \cdot 2\sqrt{5} + (2\sqrt{5})^2 \\ &= 36 + 24\sqrt{5} + 4 \cdot 5 \\ &= 36 + 24\sqrt{5} + 20 \\ &= 56 + 24\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) (\sqrt{2} + \sqrt{8})^2 &= (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2}\sqrt{8} + (\sqrt{8})^2 \\ &= 2 + 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 8} + 8 \\ &= 10 + 2 \cdot \sqrt{16} \\ &= 10 + 2 \cdot 4 \\ &= 10 + 8 \\ &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} j) (\sqrt{15} - 2)(2 + \sqrt{15}) &= (\sqrt{15})^2 - 2^2 \\ &= 15 - 4 \\ &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k) (-3\sqrt{11} + 4)(4 + 3\sqrt{11}) &= 4^2 - (3\sqrt{11})^2 \\ &= 16 - 9 \cdot 11 \\ &= 16 - 99 \\ &= -83 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e) (\sqrt{5} + 1)(1 - \sqrt{5}) &= 1^2 - (\sqrt{5})^2 \\ &= 1 - 5 \\ &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f) (\sqrt{27} + \sqrt{32})(\sqrt{27} - \sqrt{32}) &= (\sqrt{27})^2 - (\sqrt{32})^2 \\ &= 27 - 32 \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l) (\sqrt{6} - 5\sqrt{3})^2 &= (\sqrt{6})^2 - 2 \cdot \sqrt{6} \cdot 5\sqrt{3} + (5\sqrt{3})^2 \\ &= 6 - 10\sqrt{6 \cdot 3} + 25 \cdot 3 \\ &= 6 - 10\sqrt{18} + 75 \\ &= 81 - 10\sqrt{9 \cdot 2} \\ &= 81 - 10 \cdot 3\sqrt{2} \\ &= 81 - 30\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g) (\sqrt{20} - \sqrt{5})^2 &= (\sqrt{20})^2 - 2\sqrt{20}\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 \\ &= 20 - 2\sqrt{20 \cdot 5} + 5 \\ &= 25 - 2\sqrt{100} \\ &= 25 - 2 \cdot 10 \\ &= 25 - 20 \\ &= 5 \end{aligned}$$



Maak de noemer wortelvrij.

$$\begin{aligned} \text{Bv. } \frac{8}{3 - \sqrt{5}} &= \frac{8(3 + \sqrt{5})}{(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})} \\ &= \frac{8(3 + \sqrt{5})}{3^2 - (\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{8(3 + \sqrt{5})}{9 - 5} \\ &= \frac{8(3 + \sqrt{5})}{4} \\ &= 2(3 + \sqrt{5}) \\ &= 6 + 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

a) $\frac{5 - \sqrt{10}}{2 + \sqrt{10}}$

c) $\frac{\sqrt{13} + 1}{\sqrt{13} + \sqrt{2}}$

e) $\frac{-5\sqrt{2} - 3\sqrt{6}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$

b) $\frac{9 + \sqrt{12}}{3 - \sqrt{6}}$

d) $\frac{2\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

f) $\frac{2\sqrt{11} - \sqrt{10}}{2\sqrt{10} + \sqrt{11}}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{(5 - \sqrt{10})(2 - \sqrt{10})}{(2 + \sqrt{10})(2 - \sqrt{10})} &= \frac{10 - 5\sqrt{10} - 2\sqrt{10} + \sqrt{10}\sqrt{10}}{2^2 - (\sqrt{10})^2} \\ &= \frac{10 - 7\sqrt{10} + \sqrt{100}}{4 - 10} \\ &= \frac{10 - 7\sqrt{10} + 10}{-6} \\ &= \frac{20 - 7\sqrt{10}}{-6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{(9 + \sqrt{12})(3 + \sqrt{6})}{(3 - \sqrt{6})(3 + \sqrt{6})} &= \frac{27 + 9\sqrt{6} + 3\sqrt{12} + \sqrt{12}\sqrt{6}}{3^2 - (\sqrt{6})^2} \\ &= \frac{27 + 9\sqrt{6} + 3\sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{72}}{9 - 6} \\ &= \frac{27 + 9\sqrt{6} + 3 \cdot 2\sqrt{3} + \sqrt{36 \cdot 2}}{3} \\ &= \frac{27 + 9\sqrt{6} + 6\sqrt{3} + 6\sqrt{2}}{3} \\ &= 9 + 3\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \frac{(\sqrt{13}+1)(\sqrt{13}-\sqrt{2})}{(\sqrt{13}+\sqrt{2})(\sqrt{13}-\sqrt{2})} &= \frac{\sqrt{13}\sqrt{13}-\sqrt{13}\sqrt{2}+\sqrt{13}-\sqrt{2}}{(\sqrt{13})^2-(\sqrt{2})^2} \\
 &= \frac{13-\sqrt{26}+\sqrt{13}-\sqrt{2}}{13-2} \\
 &= \frac{13-\sqrt{26}+\sqrt{13}-\sqrt{2}}{11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } \frac{(2\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} &= \frac{2\sqrt{5}\sqrt{5}-2\sqrt{5}\sqrt{3}+\sqrt{3}\sqrt{5}-\sqrt{3}\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} \\
 &= \frac{2\sqrt{25}-2\sqrt{15}+\sqrt{15}-\sqrt{9}}{5-3} \\
 &= \frac{2 \cdot 5 - \sqrt{15} - 3}{2} \\
 &= \frac{7 - \sqrt{15}}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } \frac{(-5\sqrt{2}-3\sqrt{6})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})} &= \frac{-5\sqrt{2}\sqrt{6}+5\sqrt{2}\sqrt{2}-3\sqrt{6}\sqrt{6}+3\sqrt{6}\sqrt{2}}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{2})^2} \\
 &= \frac{-5\sqrt{12}+5\sqrt{4}-3\sqrt{36}+3\sqrt{12}}{6-2} \\
 &= \frac{-2\sqrt{12}+5 \cdot 2-3 \cdot 6}{4} \\
 &= \frac{-2\sqrt{4 \cdot 3}+10-18}{4} \\
 &= \frac{-2 \cdot 2\sqrt{3}-8}{4} \\
 &= \frac{-4\sqrt{3}-8}{4} \\
 &= -\sqrt{3}-2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f) } \frac{(2\sqrt{11}-\sqrt{10})(2\sqrt{10}-\sqrt{11})}{(2\sqrt{10}+\sqrt{11})(2\sqrt{10}-\sqrt{11})} &= \frac{2\sqrt{11} \cdot 2\sqrt{10}-2\sqrt{11}\sqrt{11}-\sqrt{10} \cdot 2 \cdot \sqrt{10}+\sqrt{10}\sqrt{11}}{(2\sqrt{10})^2-(\sqrt{11})^2} \\
 &= \frac{4\sqrt{110}-2\sqrt{121}-2\sqrt{100}+\sqrt{110}}{4 \cdot 10-11} \\
 &= \frac{5\sqrt{110}-2 \cdot 11-2 \cdot 10}{40-11} \\
 &= \frac{5\sqrt{110}-22-20}{29} \\
 &= \frac{5\sqrt{110}-42}{29}
 \end{aligned}$$



Reken uit.

a) $\sqrt{75} - \frac{9}{\sqrt{3}}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{3} \left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$

e) $\frac{-\sqrt{600} - \sqrt{54}}{\sqrt{338}}$

b) $5 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{15}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$

d) $\frac{1}{3+\sqrt{2}} - \frac{1}{3-\sqrt{2}}$

f) $\frac{7}{2 - (\sqrt{14} \cdot \sqrt{7})}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{75} - \frac{9}{\sqrt{3}} &= \sqrt{25 \cdot 3} - \frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} \\ &= 5\sqrt{3} - \frac{9\sqrt{3}}{3} \\ &= 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 5 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{15}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) &= 5 \cdot \left(\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}\sqrt{15}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} \right) \\ &= 5 \cdot \left(\frac{\sqrt{15}}{15} - \frac{\sqrt{5}}{5} \right) \\ &= \frac{\sqrt{15}}{3} - \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{\sqrt{3}}{3} \left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) &= \frac{\sqrt{3}\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} \\ &= \frac{3}{3} - \frac{1}{3} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{1}{3+\sqrt{2}} - \frac{1}{3-\sqrt{2}} &= \frac{3-\sqrt{2}}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})} - \frac{3+\sqrt{2}}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})} \\ &= \frac{3-\sqrt{2}}{3^2 - (\sqrt{2})^2} - \frac{3+\sqrt{2}}{3^2 - (\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{3-\sqrt{2}}{9-2} - \frac{3+\sqrt{2}}{9-2} \\ &= \frac{3-\sqrt{2}}{7} - \frac{3+\sqrt{2}}{7} \\ &= \frac{3-\sqrt{2}-3-\sqrt{2}}{7} \\ &= \frac{-2\sqrt{2}}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{-\sqrt{600} - \sqrt{54}}{\sqrt{338}} &= \frac{-\sqrt{6 \cdot 100} - \sqrt{9 \cdot 6}}{\sqrt{169 \cdot 2}} \\ &= \frac{-10\sqrt{6} - 3\sqrt{6}}{13\sqrt{2}} \\ &= \frac{-13\sqrt{6}}{13\sqrt{2}} \\ &= \frac{-\sqrt{3}\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= -\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{7}{2 - (\sqrt{14} \cdot \sqrt{7})} &= \frac{7}{2 - \sqrt{2 \cdot 7 \cdot 7}} \\ &= \frac{7(2+7\sqrt{2})}{(2-7\sqrt{2})(2+7\sqrt{2})} \\ &= \frac{14+49\sqrt{2}}{2^2 - (7\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{14+49\sqrt{2}}{4-49 \cdot 2} \\ &= \frac{14+49\sqrt{2}}{-94} \end{aligned}$$



52

- a) Joran tekent een vierhoek met vier rechte hoeken waarbij één zijde $5\sqrt{12} - \sqrt{75}$ cm meet en een andere zijde $5\sqrt{3}$ cm. Welk soort vierhoek is dit? Verklaar je antwoord met een berekening.
- b) Kiona wil een driehoek tekenen waarvan de eerste zijde $\sqrt{63}$ cm meet en de tweede zijde $\sqrt{28}$ cm. Aan welke voorwaarde moet de derde zijde voldoen opdat deze driehoek getekend zou kunnen worden?

a) 4 rechte hoeken $\rightarrow$ rechthoek of vierkant

$$5\sqrt{12} - \sqrt{75} = 5\sqrt{4 \cdot 3} - \sqrt{25 \cdot 3} = 5 \cdot 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

dus de 4 zijden zijn gelijk (overstaande zijden van een rechthoek of vierkant)

dus Joran tekent een vierkant.

b) • $\sqrt{63} = \sqrt{9 \cdot 7} = 3\sqrt{7}$

$$\sqrt{28} = \sqrt{4 \cdot 7} = 2\sqrt{7}$$

• $3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 5\sqrt{7}$

• Volgens de driehoeksongelijkheid moet de derde zijde kleiner zijn dan $5\sqrt{7}$.



53

- a) Welk verband bestaat er tussen $\sqrt{\frac{1}{a}}$ en $\sqrt{a}$ (met $a > 0$)?

- b) Bewijs deze eigenschap.

a) $\sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{a} \cdot \sqrt{a}$ (met $a > 0$)

b) $\sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} = \frac{1}{a}\sqrt{a}$ (met $a > 0$)



54

Schat de uitkomst.

a) $3 \cdot 2,4 \approx$

b) $10,5 + 24,1 \approx$

c) $\frac{18}{3,2} \approx$

d) $36 - 14,1 \approx$

e) $5,2 \cdot 3,75 \approx$

f) $324,3 - 97,8 \approx$

a) $3 \cdot 2,4 \approx 3 \cdot 2,5 = 7,5$

b) $10,5 + 24,1 \approx 10,5 + 24 = 24,5$

c) $\frac{18}{3,2} \approx \frac{18}{3} = 6$

d) $36 - 14,1 \approx 36 - 14 = 22$

e) $5,2 \cdot 3,75 \approx 5 \cdot 4 = 20$

f) $324,3 - 97,8 \approx 325 - 100 = 225$

55

Rond af op de gevraagde nauwkeurigheid.

	OP 0,1 NAUWKEURIG	OP 0,01 NAUWKEURIG	OP 0,001 NAUWKEURIG
3,783921...	3,8	3,78	3,784
$\sqrt{13}$	3,6	3,61	3,606
$\frac{9}{7}$	1,3	1,29	1,286

56

Schat de uitkomst.

a) $3 \cdot 4,5 \approx$

b) $\sqrt{8} \approx$

c) $2,1^3 \approx$

d) $\sqrt[3]{65} \approx$

e) $\frac{11^2}{12} \approx$

f) $\sqrt{5} + \sqrt{10} \approx$

g) $15\pi \approx$

h) $7 + \pi \approx$

a) $3 \cdot 4,5 \approx \frac{12}{5} \approx \frac{10}{5} = 2$

b) $\sqrt{8} \approx \sqrt{9} = 3$

c) $2,1^3 \approx 2^3 = 8$

d) $\sqrt[3]{65} \approx \sqrt[3]{64} = 4$

e) $\frac{11^2}{12} \approx \frac{121}{12} \approx \frac{121}{10} = 12,1$

f) $\sqrt{5} + \sqrt{10} \approx \sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$

g) $15\pi \approx 15 \cdot 3,14 \approx 45$

h) $7 + \pi \approx 7 + 3,14 = 10,14$

Reken uit met behulp van de volgorde van de bewerkingen.

a) $4 \cdot (3 - 5\pi) + 10\pi$

d) $(\sqrt{3} - 2) \cdot (\sqrt{3} + 2) - (2\sqrt{3})^2$

b) $\sqrt{11^2 - 10^2} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$

e) $\frac{(4 + \sqrt{6}) \cdot \sqrt{2}}{2}$

c) $3\sqrt{2} \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{2}) + 5\sqrt{2}$

f) $9\pi + \pi \cdot (4 + 3^2)$

$$\begin{aligned} \text{a) } 4 \cdot (3 - 5\pi) + 10\pi &= 12 - 20\pi + 10\pi \\ &= 12 - 10\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{11^2 - 10^2} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} &= \sqrt{21} - \sqrt{21} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3\sqrt{2} \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{2}) + 5\sqrt{2} &= 3\sqrt{16} - 3 \cdot 2 \\ &= 12 - 6 \\ &= 6 \end{aligned}$$

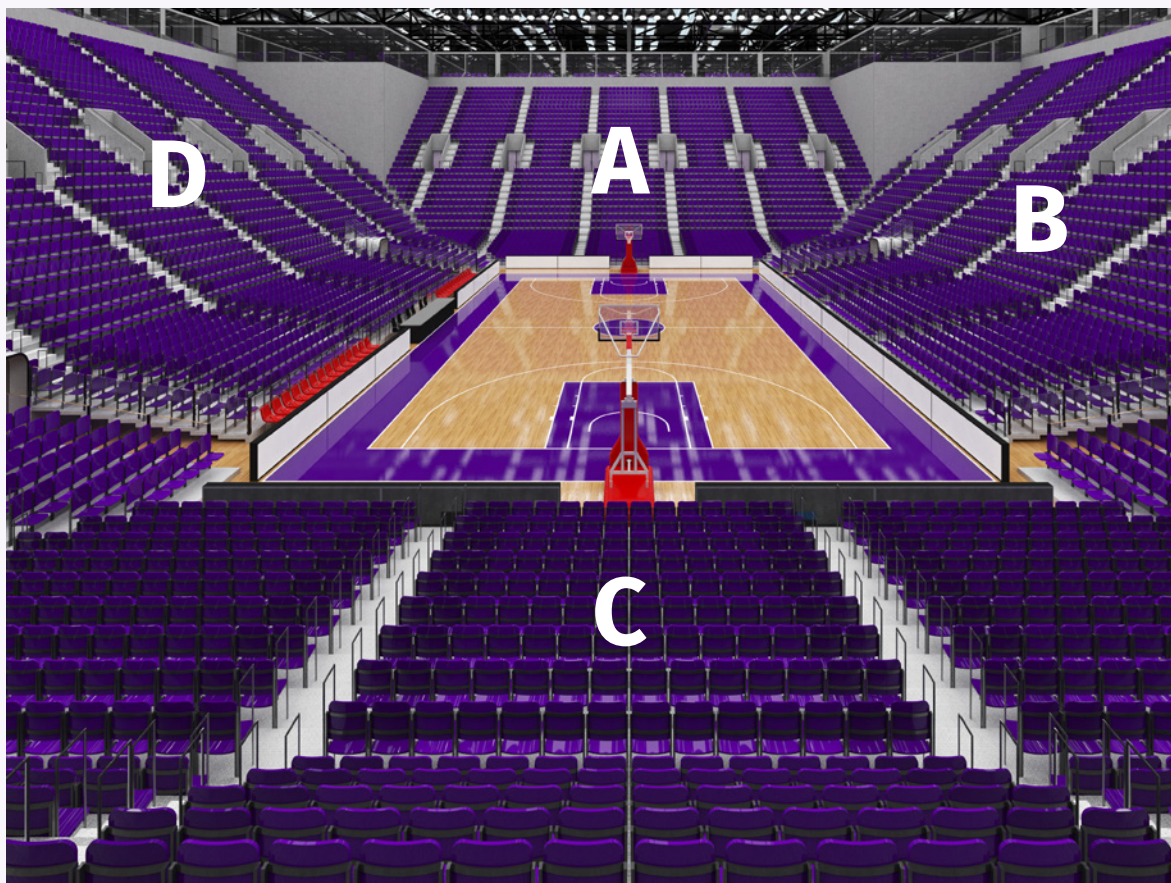
$$\begin{aligned} \text{d) } (\sqrt{3} - 2) \cdot (\sqrt{3} + 2) - (2\sqrt{3})^2 &= 3 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 4 \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \frac{(4 + \sqrt{6}) \cdot \sqrt{2}}{2} &= \frac{4\sqrt{2} + \sqrt{12}}{2} \\ &= \frac{4\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2} \\ &= 2\sqrt{2} + \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } 9\pi + \pi \cdot (4 + 3^2) &= 9\pi + 4\pi + 9\pi \\ &= 22\pi \end{aligned}$$



In een basketarena zijn er 4 zitboxen. In vak B en D zijn er dubbel zoveel zitplaatsen als in vak A en C.



- a) Schat hoeveel zitplaatsen er zijn in de arena als je weet dat er in box A 797 plaatsen zijn.

$$800 \cdot 6 = 4800$$

Antwoord: Er zijn ongeveer 4800 zitplaatsen.

- b) Schat de totale inkomsten van de ticketverkoop als je voor een zitplaats in box A of C €22 betaalt en voor een zitplaats in box B of D €29.

$$(2 \cdot 800) \cdot 20 + (4 \cdot 800) \cdot 30 = 1600 \cdot 20 = 3200 \cdot 30 = 99200$$

Antwoord: De totale inkomsten van de ticketverkoop is ongeveer €99200.



59

Bereken het volume (= V) van een houtblok van een berk waarvan de massa (= m) 60 kilogram is als je weet dat de massadichtheid (= ρ) $0,66 \frac{kg}{m^3}$ is.



$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$0,66 \frac{kg}{m^3} = \frac{60 kg}{V}$$

$$V = \frac{60 kg}{0,66 \frac{kg}{m^3}}$$

$$V = 90,909090... m^3$$

$$V \approx 91 m^3$$

Antwoord: Het volume van de houtblok is $91 m^3$.



TIP Formule voor de massadichtheid:

$$\rho = \frac{m}{V}$$



60

Reken uit met behulp van de volgorde van de bewerkingen.

a) $2 \cdot (\sqrt{27} + \sqrt{3}) \cdot 5 - 5\sqrt{3}$

d) $\sqrt{\frac{20\pi - \pi \cdot 3^2}{\pi \cdot 3}}$

b) $4\pi \cdot (\sqrt{7})^2 - \frac{1}{3}\pi \cdot (\sqrt{7})^2 \cdot 2$

e) $\sqrt[3]{\frac{2 \cdot 288\pi}{4\pi}} - \sqrt[3]{2 \cdot (1^3 + 3^3) + 2^3}$

c) $\frac{1}{3}\pi \cdot 5 \cdot ((\sqrt{10})^2 + \sqrt{10} \cdot 3\sqrt{10} + (\sqrt{10})^2)$

f) $(1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \text{a) } 2 \cdot (\sqrt{27} + \sqrt{3}) \cdot 5 - 5\sqrt{3} &= 2 \cdot (3\sqrt{3} + \sqrt{3}) \cdot 5 - 5\sqrt{3} \\ &= 2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 5 - 5\sqrt{3} \\ &= 40\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ &= 35\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 4\pi \cdot (\sqrt{7})^2 - \frac{1}{3}\pi \cdot (\sqrt{7})^2 \cdot 2 &= 4\pi \cdot 7 - \frac{1}{3}\pi \cdot 7 \cdot 2 \\ &= 28\pi - \frac{14}{3}\pi \\ &= \frac{70}{3}\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{1}{3}\pi \cdot 5 \cdot ((\sqrt{10})^2 + \sqrt{10} \cdot 3\sqrt{10} + (\sqrt{10})^2) &= \frac{5}{3}\pi \cdot (10 + 3 \cdot 10 + 9 \cdot 10) \\ &= \frac{5}{3}\pi \cdot (10 + 30 + 90) \\ &= \frac{650}{3}\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \sqrt{\frac{20\pi - \pi \cdot 3^2}{\pi \cdot 3}} &= \sqrt{\frac{20\pi - 9\pi}{3\pi}} \\ &= \sqrt{\frac{11\pi}{3\pi}} \\ &= \sqrt{\frac{11}{3}} \end{aligned}$$

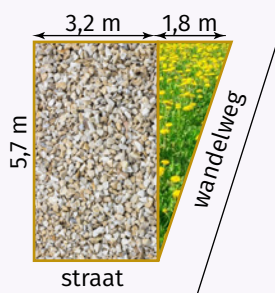
$$\begin{aligned} \text{e) } \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 288\pi}{4\pi}} - \sqrt[3]{2 \cdot (1^3 + 3^3) + 2^3} &= \sqrt[3]{216} - \sqrt[3]{2 \cdot 28 + 8} \\ &= 6 - \sqrt[3]{64} \\ &= 6 - 4 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } (1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2} &= 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 4\sqrt{2} \\ &= 3 - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$



61

Marc en Christine willen de oprit en een plantenvak in grind leggen.



- a) Schat hoeveel m^3 grind ze nodig hebben als ze een grindlaag willen van 5 cm dik.

$$\left(6 \cdot 3 + \frac{2 \cdot 6}{2}\right) \cdot 0,05 = \left(18 + \frac{12}{2}\right) \cdot 0,05 = (18 + 6) \cdot 0,05 = 24 \cdot 0,05 = 1,2$$

Antwoord: Ze zullen ongeveer $1,2 \text{ m}^3$ grind nodig hebben.

- b) Bereken nauwkeurig hoeveel m^3 grind ze nodig hebben. Komt dit overeen met jouw schatting?

$$\left(5,7 \cdot 3,2 + \frac{1,8 \cdot 5,7}{2}\right) \cdot 0,05 = \left(18,24 + \frac{10,26}{2}\right) \cdot 0,05 = (18,24 + 5,13) \cdot 0,05 = 23,37 \cdot 0,05 = 1,1685$$

Antwoord: Ze zullen $1,169 \text{ m}^3$ grind nodig hebben. Dit komt ongeveer overeen met de schatting.

- c) Schat hoeveel euro de hoeveelheid grind zal kosten als je weet dat de prijs €103,65 per ton is ($1 \text{ m}^3 = 1,6 \text{ ton}$ grind).

$$1 \cdot 1,6 = 1,6 \text{ ton}$$

$$1,6 \cdot 100 = 160$$

Antwoord: Ze zullen ongeveer €160 moeten betalen.

- d) Bereken exact hoeveel ze zullen moeten betalen. Komt dit overeen met de schatting?

$$1,169 \cdot 1,6 = 1,8704 \text{ ton}$$

$$1,8704 \cdot 103,65 \approx 193,87$$

Antwoord: Ze zullen €193,87 moeten betalen. Dit antwoord ligt iets verder dan de schatting, dit kan vermits ik afgerond heb naar beneden met €3,65.



62

Een staafmixer van 750 Watt is aangesloten in het stopcontact en wordt voorzien van 230 Volt. Hoeveel bedraagt de stroomsterkte die door het apparaat loopt?



$$P = U \cdot I$$

$$\frac{P}{U} = I$$

$$\frac{750 \text{ W}}{230 \text{ V}} = I$$

$$3,2609 \text{ A} \approx I$$

Antwoord: De stroomsterkte bedraagt $3,2609 \text{ A}$.



TIP

$P = U \cdot I$
(met P = vermogen,
 U = spanning en
 I = stroomsterkte)



63

Emmie rijdt $15 \frac{m}{s}$ met haar auto als ze het gaspedaal dieper intrapt. Haar versnelling bedraagt $2 \frac{m}{s^2}$. Bereken haar snelheid na 4 seconden.



$$a_g = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t}$$

$$a_g \cdot \Delta t = v_1 - v_0$$

$$a_g \cdot \Delta t + v_0 = v_1$$

$$2 \frac{m}{s^2} \cdot 4 s + 15 \frac{m}{s} = v_1$$

$$23 \frac{m}{s} = v_1$$

Antwoord:

Emmie haar nieuwe gemiddelde snelheid is

$$2,3 \cdot 10^1 \frac{m}{s}.$$



TIP $a_g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t}$

(met a_g = gemiddelde versnelling,

v_1 = nieuwe gemiddelde snelheid,

v_0 = oorspronkelijke gemiddelde snelheid
en Δt = tijdsduur)



64

Wat is de massa van een astronaut op de maan als je weet dat hij op de maan wordt aangetrokken met een kracht van $278,404 \frac{N}{kg}$ en het pak van de astronaut 103 kg is? De gravitatieconstante op de maan bedraagt $1,63 \frac{N}{kg}$.



$$F_z = m \cdot g$$

$$278,404 \text{ N} = m \cdot 1,63 \frac{N}{kg}$$

$$\frac{278,404 \text{ N}}{1,63 \frac{N}{kg}} = m$$

$$170,8 \text{ kg} = m$$

$$m_{\text{astronaut}} = 170,8 \text{ kg} - 103 \text{ kg}$$

$$m_{\text{astronaut}} = 67,8 \text{ kg}$$

Antwoord: De astronaut weegt $6,78 \cdot 10^1 \text{ kg}$.



TIP $F_z = m \cdot g$

